

УДК 623.1:539.3/.4:624.012.45

DOI: [https://doi.org/1034169/2414-0651.2026.2\(50\).15-26](https://doi.org/1034169/2414-0651.2026.2(50).15-26)

О. Ю. ЛАРІН, кандидат технічних наук
<https://orcid.org/0000-0001-6933-850X>
(Центральний науково-дослідний інститут озброєння та військової техніки Збройних Сил України, м. Київ)

М. А. МУСТАФІН
<https://orcid.org/0000-0002-9340-6223>
(Командування сил безпосереднього протиповітряного прикриття Командування Повітряних Сил Збройних Сил України, м. Київ)

В. Я. КРАЙНІК

С. П. СУК
(Приватне Акціонерне Товариство «УКРГІДРОПРОЕКТ», м. Харків)

ОГЛЯД ТА КРИТИЧНИЙ АНАЛІЗ МЕТОДІВ ОЦІНЮВАННЯ ЗАНУРЕННЯ ПЕНЕТРАТОРІВ У ПЕРЕШКОДИ (ЦІЛІ)

У статті подано системний огляд і критичний аналіз методів оцінювання занурення високошвидкісних пенетраторів у перешкоди різної природи. Визначені три базові моделі: інерційно-опірня модель Понселе, динамічно-міцнісна модель Форрестала, що спирається на уявлення теорії розширення порожнини, та енерго-балансовий підхід як інтегральна, рамкова для неоднорідних і багатошарових цілей. Проаналізовані фізичні припущення, математична структура, області придатності та обмеження для кожного з підходів. Показано, що базові моделі не є взаємозамінними, а доповнюють одна одну залежно від структури та міцності матеріалу цілі, швидкісного режиму проникнення пенетратора. Сформульовано рекомендації щодо комбінованого використання аналітичних моделей і контрольних чисельних сценаріїв у задачах оборонної інженерії та проектування систем захисту критичної інфраструктури.

Ключові слова: пенетратор, проникнення, глибина занурення, модель Понселе, модель Форрестала, теорія розширення порожнини, енерго-балансовий підхід, захисні споруди.

ВСТУП

Дослідження проникнення високошвидкісних твердих тіл у суцільні, неоднорідні та багатошарові середовища є одним з ключових напрямів розвитку сучасної механіки удару та інженерної динаміки. Зростаюча складність оборонних завдань, пов'язаних із необхідністю ураження та оцінювання стійкості інженерних

споруд, захисних конструкцій та геологічних масивів, зумовлює потребу у створенні достовірних моделей, здатних описувати рух пенетраторів у широкому діапазоні швидкостей проникнення і за умов суттєвої зміни механічних властивостей матеріалів цілей. Особливої актуальності ця проблема набуває в умовах застосування сучасних засобів ураження проникаючої дії, для яких характерні високі кінетичні енергії та взаємодія з конструкціями різної міцності – від слабких ґрунтів до високостійкого бетону та кристалічних порід.

Багаторічні дослідження у сфері механіки проникнення високошвидкісних пенетраторів у середовища різної природи показали, що реалістичний опис процесу проникнення передбачає урахування водночас трьох груп чинників: властивостей матеріалу цілі, кінематичних параметрів удару та механізмів руйнування й дисипації енергії. Через різноманітність цих чинників у літературі сформувалося кілька концептуальних підходів до опису проникнення, серед яких найбільш розробленими є інерційно-опірні моделі типу Понселе (Poncelet) [1], динамічно-міцнісні моделі типу Форрестал (Forrestal) [2, 3] і енерго-балансові підходи [5–7], що дозволяють інтегрувати властивості перешкоди (цілі) на всій траєкторії руху пенетратора. Кожен з цих підходів містить власний набір припущень, обмежень і математичних формулювань, що робить їх релевантними для різних класів матеріалів та швидкісних режимів.

Попри значну кількість окремих досліджень, досі відсутній цілісний порівняльний аналіз, який би одночасно охоплював строгі математичні виведення ключових моделей, оцінював їх поведінку у репрезентативному діапазоні швидкостей і міцностей матеріалів, а також формував рекомендації щодо їх практичного застосування в задачах воєнно-технічного призначення. Такий аналіз є особливо необхідним для складних задач, пов'язаних із багатошаровими структурами, у яких традиційні однорідні моделі виявляються недостатніми.

Метою цієї роботи є побудова системного, науково обґрунтованого огляду та порівняльного аналізу основних моделей проникнення високошвидкісних пенетраторів, побудованих на базі підходів: Понселе, Форрестал і енерго-балансового, із детальним математичним викладом, інтерпретацією їх фізичної природи та оцінкою областей придатності. Дослідження охоплює як класичні, так і сучасні підходи, включає аналіз кінематичних і енергетичних характеристик проникнення та формулює узагальнені рекомендації щодо вибору моделі залежно від властивостей цілі та швидкості удару. Таким чином, робота створює наукове підґрунтя для підвищення точності прикладних інженерних розрахунків і для подальшої інтеграції аналітичних моделей у чисельні методи моделювання високошвидкісних процесів.

ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРНИХ ДЖЕРЕЛ ЩОДО МОДЕЛЕЙ ПРОНИКНЕННЯ

Наукові дослідження проникнення високошвидкісних тіл у тверді, ґрунтові та багатошарові середовища мають тривалу історію та охоплюють кілька методологічно різних наукових шкіл [1, 2]. Розвиток теорії відбувався паралельно у західній, радянській/російській та змі-

шаний міжнародній традиціях, кожна з яких виробила власні підходи до математичного опису опору матеріалу, механізмів руйнування та закономірностей гальмування руху пенетратора. Узагальнення цих робіт є необхідним для створення цілісної теоретичної бази, на якій ґрунтується сучасне моделювання проникнення.

Помітний внесок у формування сучасних уявлень про проникнення у бетон та гірські породи здійснила наукова школа, побудована на роботах Форрестала.

Публікації Forrestral and Luk (1997) [2] та Forrestral, Tzou and Luk (1991) [3] стали ключовими у розробленні динамічно-міцнісної моделі на основі розширення порожнини. У цих працях було запропоновано математичні вирази, що описують силу опору з урахуванням динамічної міцності бетону та інерційних ефектів у зоні перед головною частиною пенетратора. Ці моделі стали основою для сучасних аналітичних і напіваналітичних формул проникнення у високостійкі матеріали,

Т а б л и ц я 1. Анотований огляд літературних джерел щодо моделей проникнення

Автор(и)	Короткий опис роботи	Моделі, що розглядаються	Що дозволяє досліджувати	Недоліки	Пропозиції щодо використання
Forrestral & Luk (1997), [2]	Розвиток теорії розширення порожнини для бетону	Модель Форрестала	Проникнення у бетон та породи, оцінка динамічної міцності	Потребує точного σ_c ; не описує шаруватість	Використовувати для цілей високої міцності, валідувати експериментально
Forrestral, Tzou & Luk (1991), [3]	Аналітичні формули для огівальної ГЧ у бетоні	Форрестал CE-approach	Прогноз глибини та швидкості проникнення	Чутливість до форми ГЧ та параметрів матеріалу	Використовувати як базову модель для бетонних мішеней
Anderson (2017), [4]	Узагальнюючий огляд моделей проникнення	модель Понселе, CE, EB-models	Формування класифікації моделей	Не дає нових формул	Використовувати для методологічного обґрунтування
Young (1977), [5]	Напівемпіричні рівняння Sandia	Semi-empirical	Оцінка пробивання ґрунтів та конструкцій	Обмежена універсальність	Використовувати для порівняльних оцінок
Recht & Ipson (1963), [6]	Класичні формули перфорації	Ballistic perforation	Оцінка пробиття пластин	Не застосовні до ґрунтів/бетону	Застосовувати у тонких перешкодах
Wen & Chen (2002), [7]	CE-аналіз бетону	CE-model	Динамічний опір бетону	Не враховує шаруватість	Корисно для калібрування σ_c
Jin et al. (2017), [8]	Порівняння CE-моделей з випробуваннями	CE, semi-empirical	Валідація теорії розширення порожнини	Велика розбіжність у слабких ґрунтах	Використовувати як експериментальну основу
Chen et al. (2004), [9]	Модель проникнення у породи	CE (rock)	Розрахунок проникнення у кристалічні матеріали	Спеціальні параметри для порід	Корисно у військовій геомеханіці
Li & Chen (2003), [10]	Безрозмірні формули проникнення	Scaling/ Dimensionless	Узагальнення результатів	Не розглядає ϵ -параметри руйнування	Використовувати для нормування результатів
Frew, Forrestral & Hickerson (2006), [11]	Експериментальні випробування бетонних мішеней	Форрестал validation	Валідація моделей у бетоні	Роботи у вузькому діапазоні швидкостей	Використовувати для калібрування
Sarva & Nemat-Nasser (2001), [12]	Динамічна поведінка матеріалів	Rate-sensitive models	Вплив швидкості деформації	Немає формул проникнення	Застосовувати для оцінки $\sigma_c(V)$
Понселе (1839), [1]	Класична інерційно-опірна модель	Понселе метод	Загальну картину руху у ґрунтах	Відсутність фізики руйнування	Базова модель для слабких середовищ
Александров С. Б.; Костарева Н. Б.; Моргунів М. Н. (1987) [13]	Стійкість руху проникного боєприпаса в перешкоді з урахуванням сухого тертя, виведено умови існування рівноваги та критерії стійкості	Аналітична модель сил, моментів опору та лінійний аналіз стійкості (кут атаки-кутова швидкість)	Вплив геометрії носової частини, коефіцієнта тертя та положення центра мас. Пояснення джерел розкиду глибини проникнення через орієнтаційну нестійкість (важливо для довгих пенетраторів)	Орієнтація на ґрунтоподібну перешкоду, для бетону, залізобетону потрібна адаптація закону опору. Спрощене тертя $\tau = kp$ з постійним k . Не замінює моделі проникнення типу енерго-балансових	Розширити закон навантаження для бетону, залізобетону (залежність від міцності, швидкісної чутливості, пошкодження), рахувати багат шаровість (бетон-ґрунт) та змінний контакт/ тертя

Автор(и)	Короткий опис роботи	Моделі, що розглядаються	Що дозволяє досліджувати	Недоліки	Пропозиції щодо використання
Коваль, Білик, Коцюруба, (2023), [14]	Попереднє визначення параметрів захисних конструкцій	Напівемпірична інженерна модель проникнення заряду	Оцінка глибини проникнення бойових частин ракет у ґрунтово-залізобетонні захисні шари	Не описує локальне поле напружень, тріщиноутворення, ерозію, деформацію або руйнування пенетратора	Для попереднього інженерного розрахунку захисних споруд та оцінювання сумарної захисної товщі
Мустафін, Ларін, Чепков, [15] (2025)	Авторська апробація методичного підходу до зіставлення класичних моделей проникнення	Класична інерційно-опірна модель Понселе; динамічно-міцнісна модель Форрестала; енерго-балансове формулювання	Порівнює поведінку моделей за глибиною проникнення, уповільненням швидкості та дисипацією енергії	Не містить розгорнутої експериментальної валідації	Авторська апробація порівняльної методики та як перехідне джерело між фундаментальними моделями і прикладними розрахунками захисних споруд
Мустафін, Ларін, Чепков, (2026)	Інженерна оцінка захисних рішень критичних об'єктів на основі контрольних розрахункових сценаріїв	Чисельне моделювання фугасної дії в Ansys Autodyn; чисельне моделювання пенетрації в Ansys Explicit Dynamics	Дозволяє оцінювати межі застосовності багат шарових залізобетонних захисних пакетів; розмежовувати фугасно-уламковий і пенетраційний режими	Залежить від прийнятої геометрії, матеріальних моделей, контактних умов і критеріїв руйнування	Використовувати як приклад чисельної верифікації та встановлення меж придатності захисних рішень
Ларін, Чепков, (2026)	Запропоновано модельно-орієнтований сценарно-параметричний підхід до проєктування та масштабування інженерного захисту	Сценарно-параметричний підхід; вектор параметрів інженерного рішення; КРІ-верифікація; відсічні реп-сценарії; архітектури захисту II–III рівнів	Дозволяє пов'язати результати моделювання проникнення з КРІ захисту	Не містить самостійної аналітичної моделі проникнення; не дає рівнянь гальмування пенетратора; залежить від обраної системи КРІ та сценарної класифікації загроз	Приклад практичного застосування результатів repetration-моделювання для архітектурного вибору захисту
Чепков, Ларін, (2026)	Запропоновано уніфіковану програму верифікації інженерного захисту критичних вузлів об'єктів	Програма верифікації; параметризація інженерного рішення; контроль проникнення та пробиття	Дозволяє формалізувати, як результати розрахунків проникнення	Не містить математичного опису процесу занурення	Використовувати як джерело для обґрунтування необхідності включення repetration-сценаріїв у програму інженерної доказовості

а численні експериментальні результати Frew, Forrestal and Hickerson (2006) [11] підтвердили їхню високу достовірність.

Паралельно із цими дослідженнями у міжнародній літературі формувалася більш ширша концептуальна база. Одним з найбільш систематизованих оглядів є робота Anderson (2017) [4], у якій узагальнено основні класи моделей – від класичних інерційно-опірних формул до енерго-балансових підходів та теорії розширення порожнини. Історично важливу роль відіграли праці Young (1977) [5] і Recht and Ipson (1963) [6], які створили напівемпіричні формули для оцінювання процесів пробивання та перфорації, що у подальшому широко застосовувалися у прикладній балістиці. Паралельно

дослідники Wen and Chen (2002) [7], Chen et al (2004) [9] та Jin et al (2017) [8], продемонстрували ефективність cavity-expansion моделей для бетону та порід, підкресливши необхідність урахування швидкісної залежності міцності матеріалу та локальних умов руйнування.

Особливе місце у літературі займає модель Понселе [1] яка, незважаючи на свою давність, залишається фундаментальною завдяки чіткому поділу опору на статичну та квадратичну складові. Її математична структура лягла в основу багатьох сучасних високоінерційних моделей проникнення у ґрунти та слабкі породи, а роботи Li and Chen (2003) [10] забезпечили необхідні узагальнення у формі безрозмірних залежностей, що дозволило адаптувати класичні підходи до різних масштабів задач.

Поряд із класичними аналітичними підходами у сучасній спеціалізованій міжнародній літературі сформувався окремий напрям досліджень, пов'язаний з уточненням моделей проникнення для неоднорідних, шаруватих і високостійких матеріалів. Його розвиток спирається на безрозмірний аналіз механіки проникнення, теорію розширення порожнини, експериментальну валідацію моделей ураження цілей з бетону, а також чисельне моделювання високошвидкісної взаємодії пенетраторів із перешкодами. У цих роботах показано, що застосування класичних однорідних моделей до реальних захисних конструкцій потребує додаткового калібрування ефективних параметрів опору, динамічної міцності, густини, форми головної частини, швидкісної чутливості матеріалу та масштабних ефектів. Особливо важливим є те, що для багатошарових перешкод глибина проникнення вже не може розглядатися лише як функція початкової швидкості та середньої міцності цілі, оскільки істотну роль відіграють послідовність шарів, міжшарова взаємодія, локалізація руйнування, відкол, фрагментація та перерозподіл енергії між окремими елементами захисної системи.

Для задач оцінювання захисних споруд це означає, що аналітичні моделі проникнення доцільно використовувати не як універсальний самодостатній інструмент, а як перший рівень інженерної оцінки, який має доповнюватися параметричною калібруванням, чисельною верифікацією та сценарним аналізом. У такій постановці моделі Понселе, Форрестала, теорія розширення порожнини та енерго-балансові формулювання утворюють взаємодоповнювальну методичну основу: перші дають компактний силовий або енергетичний опис процесу, тоді як чисельні методи та контрольні сценарії дозволяють перевіряти межі застосовності цих моделей для конкретних матеріалів, геометрій і багатошарових захисних пакетів. Саме така комбінована логіка є найбільш придатною для прикладних задач оборонної інженерії, де необхідно не лише оцінити глибину занурення пенетратора, а й визначити межі працездатності конкретної архітектури захисної споруди. Таким чином, узагальнення відомих літературних джерел свідчить про те, що сучасна теорія проникнення побудована на поєднанні трьох основних підходів: інерційно-опірних моделей типу Понселе, динамічно-міцнісних моделей типу Форрестал та енерго-балансових формулювань, які забезпечують найвищу універсальність та здатність до опису багатошарових і неоднорідних цілей. Разом ці напрямки формують цілісну наукову основу для детального аналізу механіки проникнення та визначення областей ефективності кожної моделі, що є ключовим для їх практичного застосування у військово-технічних та інженерних задачах.

У сучасних прикладних дослідженнях інженерного захисту критичної інфраструктури моделі занурення пенетраторів дедалі частіше розглядаються не лише як самостійний інструмент оцінювання глибини проникнення, а як складова ширшої процедури верифікації захисних рішень. Зокрема, у роботі Мустафіна, Ларіна, Чепкова та співавторів [15–18] запропоновано розмежувати сценарії фугасно-уламкової дії та сценарії, у

яких домінує penetрація бойової частини, оскільки ці класи впливів мають різну фізичну природу і потребують різних конструктивних рішень для захисту. У межах контрольного сценарію для бойової частини Х-47М2, під час моделювання у застосунку Explicit Dynamics у 2D осесиметричній постановці, встановлено повну penetрацію багатошарового захисного пакета приблизно за 10 мс із залишковою швидкістю близько 190 м/с, що дозволило трактувати цей випадок як відсічний тест меж застосовності рішень II–III рівнів захисту за «Методикою оцінювання стану інженерного захисту об'єктів критичної інфраструктури», розробленою у Генеральному штабі ЗС України [19]. Такий підхід істотно доповнює класичні аналітичні моделі Понселе, Форрестала, теорії розширення порожнини та енерго-балансові формулювання: аналітичні моделі забезпечують оцінку глибини проникнення та кінематико-енергетичних характеристик процесу, тоді як контрольні чисельні сценарії дають змогу встановити практичну межю придатності конкретної архітектури захисної споруди. У цьому сенсі penetраційна модель має використовуватися не ізольовано, а як елемент модельно-орієнтованої процедури прийняття інженерних рішень щодо заглиблення, розосередження, локального підсилення або перенесення критичних функцій.

Окреме місце серед сучасних прикладних робіт, орієнтованих не стільки на розвиток фундаментальної теорії проникнення, скільки на інженерне використання її результатів у задачах захисту критичної інфраструктури, займає монографія М. В. Ковалю, В. В. Ковалю, А. С. Білика, В. І. Коцюруби та О. М. Кубракова [14]. На відміну від моделей Понселе, Форрестала та підходів теорії розширення порожнини, які спрямовані на аналітичний опис силового опору середовища і кінематики гальмування пенетратора, у цій роботі задача проникнення розглядається в контексті попереднього проектування заглиблених захисних споруд для об'єктів критичної інфраструктури. Автори використовують напівемпіричну інженерну схему, у якій глибина проникнення засобу ураження пов'язується з масою у момент влучання, діаметром, швидкістю, кутом зустрічі, формою бойової частини та податливістю середовища проникненню. Такий підхід методологічно ближчий до енерго-балансових і напівемпіричних моделей, оскільки не відтворює детально локальне поле напружень, розвиток тріщиноутворення, ерозію або деформацію пенетратора, але дозволяє перейти від оцінки глибини занурення до визначення конструктивних параметрів системи захисту: товщини обшивки, тюфяка, розподільчого шару та загальної захисної товщі. Практична цінність цієї роботи полягає у прив'язці розрахунків до реальних класів засобів повітряного нападу, для яких наведено оціночні параметри маси, швидкості, кута зустрічі та довжини бойової частини; водночас частина таких параметрів прийнята за аналогами, що потребує обережного використання результатів як попередніх інженерних оцінок, а не як верифікованої фізичної моделі проникнення. У цьому сенсі зазначена праця може бути розглянута як прикладна інженерна інтерпретація класичних моделей проникнення у задачах проектування захисних

споруд, тоді як для уточненого опису високошвидкісної взаємодії пенетратора з бетоном, залізобетоном або багатошаровими перешкодами доцільним залишається поєднання моделей Форрестала, Понселе, теорії розширення порожнини та енерго-балансового підходу.

АНАЛІЗ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ПЕНЕТРАЦІЇ

Аналітичний опис руху високошвидкісного пенетратора в суцільному середовищі ґрунтується на встановленні співвідношення між кінетичною енергією снаряда, роботою сил опору та параметрами руйнування матеріалу. Незважаючи на істотні відмінності у математичному формулюванні, усі класичні моделі проникнення можна розглядати як різні реалізації узагальненої енергетичної концепції, у межах якої зміна швидкості або глибини занурення визначається балансом між рухомою масою, опором середовища та енергією, що витрачається на руйнування. У цьому розділі наведено строгий виклад трьох фундаментальних моделей – енерго-балансової, Понселе та Форрестал – які становлять теоретичну основу сучасних підходів до оцінювання проникнення.

У найзагальнішому вигляді енерго-балансове формулювання виходить із того, що зміна кінетичної енергії пенетратора на малому відрізку шляху дорівнює роботі сил опору. Якщо позначити масу пенетратора через m , його швидкість – через $V(z)$, а опір середовища – через $R(z)$, то базове рівняння набуває вигляду

$$\frac{d}{dz} \left(\frac{1}{2} m V^2 \right) = -R(z). \quad (1)$$

Для однорідної цілі опір можна подати у формі $R(z) = \sigma_{eff} A$, де σ_{eff} – ефективна міцність матеріалу; A – площа поперечного перерізу пенетратора. Інтегрування цього рівняння за початкової умови $V(0) = V_0$ дає явний вираз для глибини проникнення:

$$L_{GEB} = \frac{m V_0^2}{2 \sigma_{eff} A}. \quad (2)$$

Попри свою простоту, ця формула є фундаментально важливою, оскільки визначає верхню межу проникнення: вона передбачає, що весь опір зумовлений виключно будівельною міцністю матеріалу, а інерційні втрати відсутні. У задачах проникнення в багатошарові масиви, де σ_{eff} змінюється зі зміною глибини, ця модель дозволяє інтегрувати локальні властивості матеріалу, даючи змогу аналізувати проникнення у середовищах зі складною структурою.

На відміну від енерго-балансової моделі, класичне рівняння Понселе включає дві складові опору – статичну (що відповідає міцності матеріалу) та квадратичну інерційну (що описує гідродинамічний або псевдогідродинамічний опір). У диференціальній формі воно подається як

$$mV \frac{dV}{dz} = -k_1 - k_2 V^2, \quad (3)$$

де k_1 відповідає статичному опору, а $k_2 V^2$ описує інерційний опір. Інтегрування дає розв'язок у вигляді логарифмічної залежності

$$L_{Poncellet} = \frac{m}{2k_2} \ln \left(1 + \frac{k_2}{k_1} V_0^2 \right). \quad (4)$$

При цьому введено поняття «інерційний опір» являє собою складову сили опору, яка виникає внаслідок необхідності прискорювати масу матеріалу цілі (ґрунту, бетону, породи) перед пенетратором, який рухається. Коли пенетратор рухається зі швидкістю V у середовищі з густиною ρ , перед його головною частиною формується зона примусового прискорення матеріалу, об'єм матеріалу, пропорційний $AVdt$, за одиницю часу отримує швидкість порядку V , надання цьому об'єму імпульсу потребує сили.

Модель Понселе добре відображає кінематичну поведінку пенетраторів у середовищах із низькою міцністю, де інерційний опір є домінуючим механізмом уповільнення. Водночас у матеріалах із високою міцністю її застосування призводить до недооцінки глибини проникнення, оскільки статичний параметр k_1 не описує складних механізмів руйнування.

Модель Форрестала має іншу фізичну природу і базується на теорії розширення порожнини, що описує локальне напружено-деформоване поле перед головною частиною снаряда. У цій моделі опір визначається не сумою статичної та інерційної складових, а синтезом динамічної міцності матеріалу σ_c та інерційних ефектів, пропорційних густині матеріалу ρ і квадрату швидкості. У простішій формі сила опору записується як

$$R = A(\sigma_c + \rho V^2), \quad (5)$$

а диференціальне рівняння руху набуває вигляду

$$mV \frac{dV}{dz} = -A(\sigma_c + \rho V^2). \quad (6)$$

Інтегрування дає

$$L_{Forrestal} = \frac{m}{2A\rho} \ln \left(1 + \frac{\rho V_0^2}{\sigma_c} \right). \quad (7)$$

Це формулювання фізично обґрунтовано описує проникнення у бетон і міцні породи, оскільки воно враховує динамічне підвищення міцності матеріалу, характерне для умов високих швидкостей деформації.

Усі розглянуті моделі можуть бути інтерпретовані як окремі випадки загальнішої концепції балансу сил і енергії, але відрізняються тим, які саме механізми опору вважаються визначальними. У моделі Понселе домінує інерційний опір, у моделі Форрестал – поєднання динамічної міцності та інерційних ефектів, тоді як енерго-балансна модель відображає ідеалізований режим, у якому опір цілі визначається лише її середньою міцністю. Саме ці відмінності зумовлюють різний характер залежностей $L(V_0)$, $V(z)$ та $E(z)$, а також відмінності областей придатності кожної моделі.

Таким чином, проведений математичний аналіз трьох фундаментальних підходів до моделювання процесу пенетрації описує не лише їх внутрішню структуру, а й підкреслює їхню компліментарність. Разом ці підходи охоплюють широкий спектр фізичних умов від м'яких ґрунтів до високотійких конструкцій, що створюють основу для подальшого порівняльного аналізу моделей

та вибору оптимального підходу для конкретних інженерних задач.

ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ ОБЛАСТЕЙ ПРИДАТНОСТІ МОДЕЛЕЙ

Порівняння аналітичних моделей проникнення є ключовим етапом для встановлення закономірностей їхньої поведінки у різних фізичних умовах та для визначення меж їх коректного використання в інженерній практиці. Оскільки моделі Понселе, Форрестал та енерго-балансне формулювання ґрунтуються на різних припущеннях щодо природи опору матеріалу, вони демонструють суттєві відмінності як у прогнозах глибини проникнення, так і у характеристиках уповільнення та дисипації енергії. Порівняння здійснювалось шляхом обчислювання процесу пенетрації для двох засобів ураження проникаючої дії: Pen_406 (бойова частина аеробалістичної ракети Х-47) і BetAB-500 (бетонобійна бомба БетАБ-500), в якості цілі використовувався бетон марки М500.

Області коректного застосування аналітичних моделей наведено на рис. 1.

Як видно з рис. 1, першою і найбільш очевидною відмінністю є характер залежності глибини проникнення від початкової швидкості. Модель Понселе, у якій опір значною мірою визначається квадратичним інерційним членом, виявляє швидке насичення глибини проникнення з ростом швидкості, що є наслідком домінування *опір*-компоненти. Це призводить до того, що вже в середньому діапазоні швидкостей подальше збільшення V_0 дає лише незначний приріст глибини. На відміну від цього, енерго-балансове формулювання передбачає значно більшу чутливість до початкової швидкості, оскільки опір у ньому подано як сталу величину, пропорційну ефективній міцності матеріалу. Тому ця модель завжди демонструє найбільші значення глибини проникнення, що відповідає її ролі як верхньої межі. Проміжну поведінку демонструє модель Форрестала, у якій динамічна міцність і інерційні ефекти збалансовані таким чином, що залежність $L(V_0)$ набуває логарифмічного характеру,

близького до поведінки реальних пенетраторів у бетонах та породах.

Другим важливим аспектом порівняння є аналіз фазової діаграми у просторі «початкова швидкість – ефективна міцність». Ця діаграма виявляє природну сегментацію областей, у яких кожна модель забезпечує найвищу точність. У зонах низької міцності цілі та помірних швидкостей модель Понселе найбільш адекватно відображає реальну кінематику уповільнення, оскільки опір матеріалу обумовлюється здебільшого інерційними силами. У середовищах високої міцності, особливо при зростанні швидкості, модель Форрестала проявляє суттєво вищу відповідність, оскільки враховує як динамічну міцність матеріалу, так і ефекти швидкісного ущільнення. Енерго-балансний підхід займає проміжну зону та стає незамінним у випадках, коли матеріал перешкоди змінює свої властивості зі збільшенням глибини проникнення, що є характерним для багатошарових геологічних профілів.

Порівняння прогнозів глибини проникнення для різних моделей наведено на рис. 2.

З аналізу залежностей, наведених на рис. 2, випливає, що при зростанні початкової швидкості проникнення відбувається перехід до режиму домінування інерційного опору середовища. У цьому режимі класична модель Понселе демонструє систематичне заниження глибини проникнення порівняно з моделлю Форрестала, що обмежує її застосування для високошвидкісних режимів. Водночас калібрована енерго-балансна модель відтворює узгоджену з моделлю Форрестала тенденцію та може розглядатися як ефективна інженерна апроксимація для практичних розрахунків.

Порівняння кінематичних характеристик моделювання – зокрема кривих швидкісного уповільнення $V(z)$ – демонструє ще більш суттєві відмінності у поведінці моделей, а енерго-балансна модель характеризується найповільнішим зниженням швидкості та рівномірною траєкторією уповільнення, що є прямим наслідком відсутності врахування інерційного опору. Модель Пон-

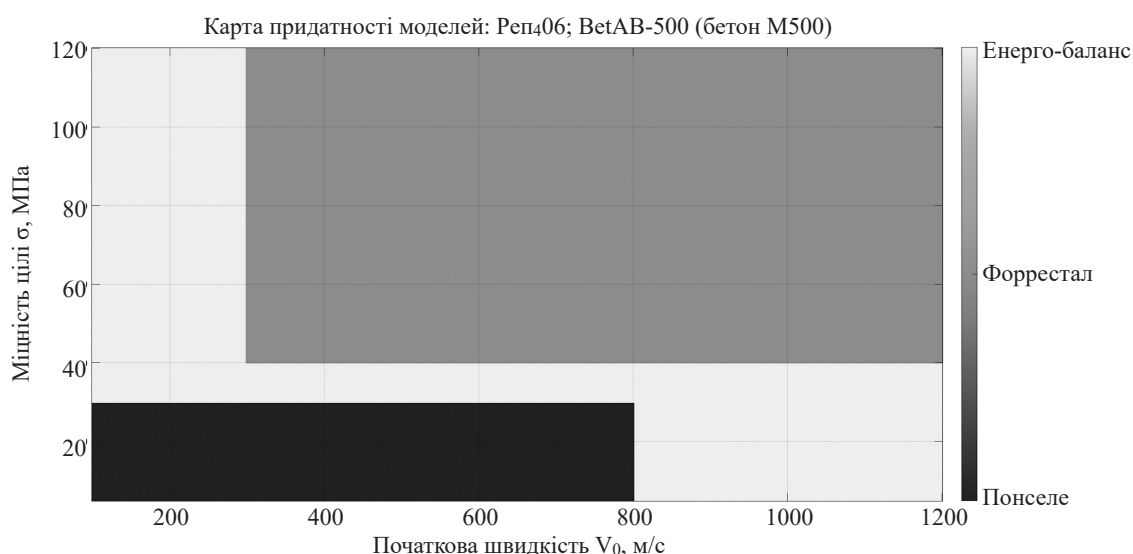


Рис. 1. Карта областей застосування аналітичних моделей проникнення залежно від початкової швидкості та міцності цілі (бетон М500)

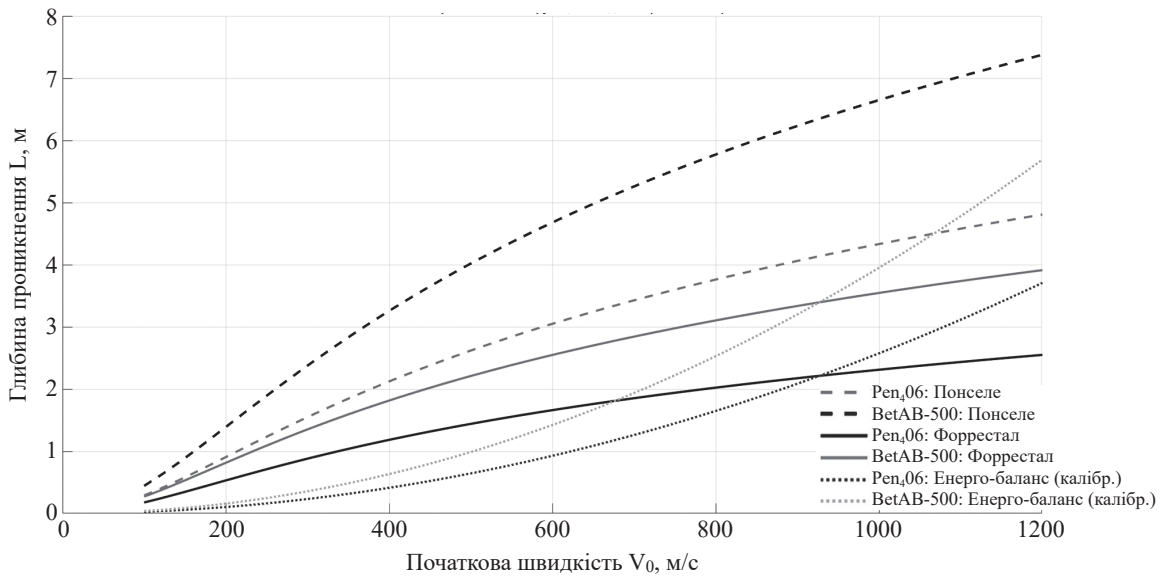


Рис. 2. Залежність глибини проникнення від початкової швидкості для різних аналітичних моделей (ціль: бетон М500; пенетратори Pen_406 (а) та BetAB-500 (б))

селе, навпаки, передбачає різке зниження швидкості вже на перших метрах проникнення, що відображає домінування квадратичного опору. Модель Форрестала демонструє найбільш реалістичний характер уповільнення у матеріалах із високою міцністю: початкове різке гальмування поступово змінюється плавним зменшенням швидкості, що узгоджується з даними експериментів. Для кількісної оцінки розбіжностей між моделями використано відносну різницю, яка наведена на рис. 3, а характер гальмування пенетратора вздовж глибини показано на рис. 4.

Слід відзначити, що відносна різниця прогнозів глибини проникнення між аналітичними моделями для пенетраторів Pen_406 та BetAB-500 збігається. Це зумовлено тим, що у відносних показниках масштабні параметри пенетратора (маса та площа поперечного перерізу) скорочуються, а відмінності визначаються

виключно формою математичних моделей та характеристиками цілі.

Аналіз енергетичних залежностей $E(z)$ підтверджує зроблені висновки щодо кінематики. У моделі Понселе енергія пенетратора дисипує найшвидше, що відповідає високому інерційному опору. У моделі Форрестал енергія спадає більш помірно, відображаючи поєднання міцнісних та інерційних механізмів. Енерго-балансовий підхід демонструє найповільніше зниження енергії, що створює умови для завищення прогнозних значень глибини проникнення. Дисипація кінетичної енергії вздовж глибини проникнення наведена на рис. 5.

Таким чином, порівняльний аналіз показує, що моделі Понселе, Форрестал та енерго-балансне формулювання не є альтернативними підходами в межах однієї фізичної концепції, а радше доповнюють одна одну, охоплюючи різні режими та матеріальні умови. Кожна модель має

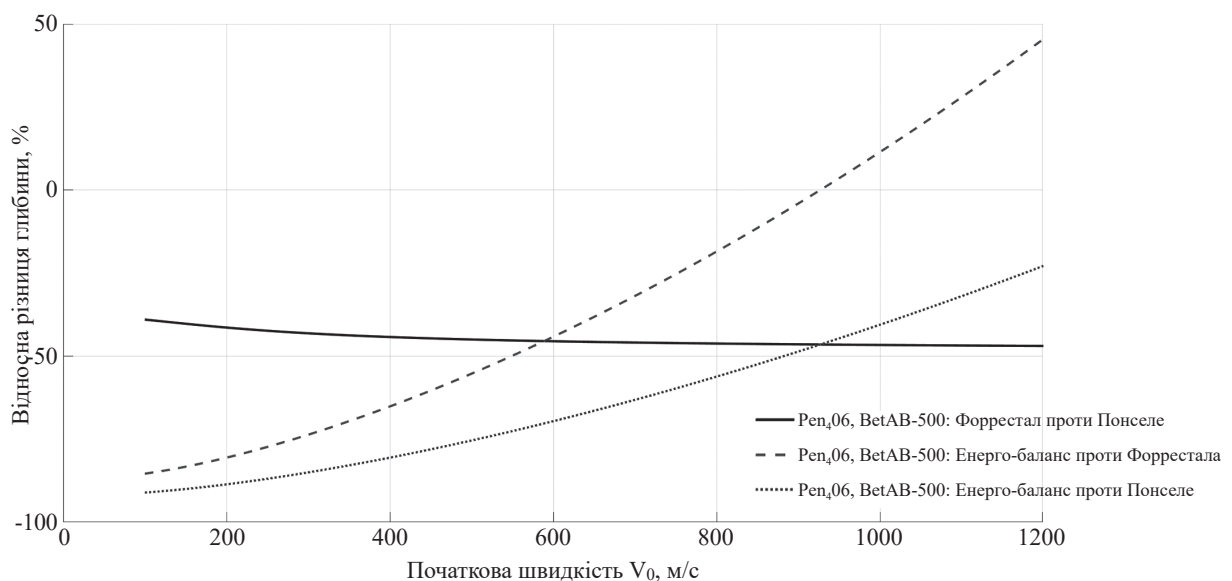
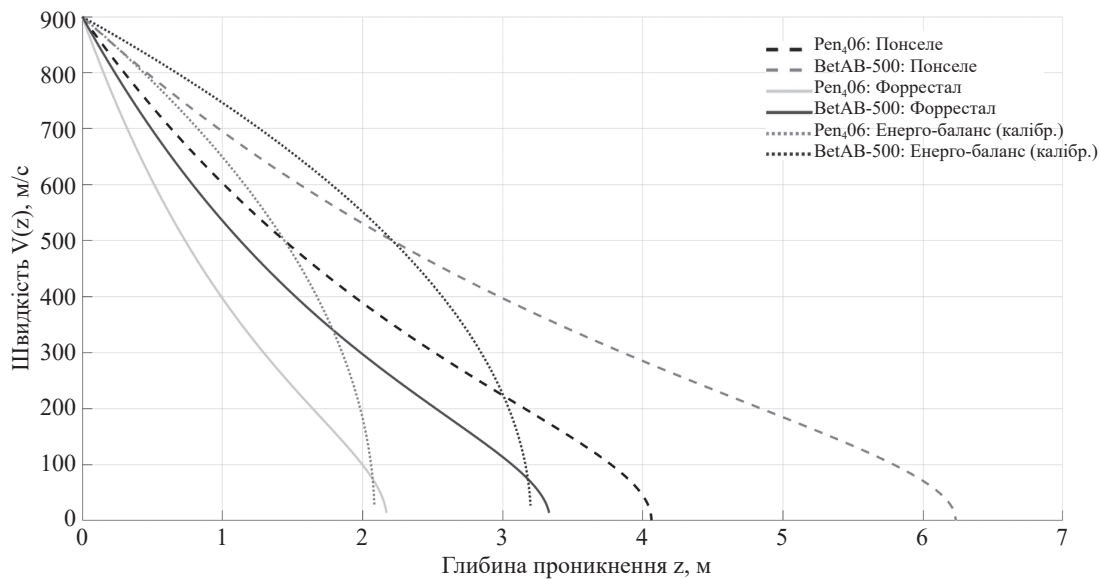
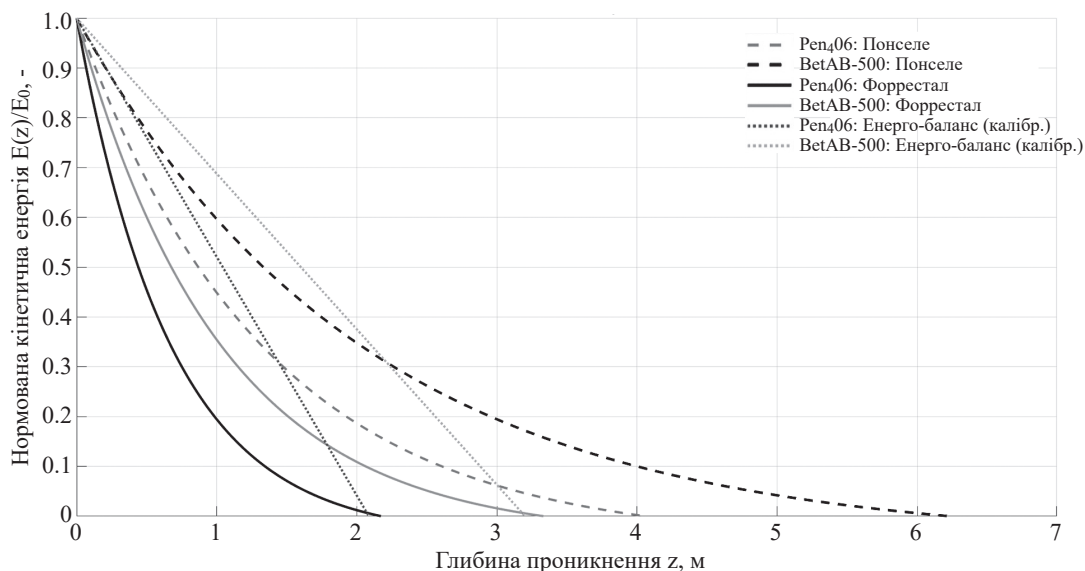


Рис. 3. Відносна різниця прогнозів глибини проникнення між аналітичними моделями залежно від початкової швидкості (ціль: бетон М500; пенетратори Pen_406 (а) та BetAB-500 (б))



Р и с . 4. Зменшення швидкості вздовж глибини $V(z)$ (ціль: бетон М500; пенетратори Pen_406 (а) та BetAB-500 (б))



Р и с . 5. Нормована кінетична енергія пенетратора як функція глибини проникнення для різних моделей (ціль: бетон М500; пенетратори Pen_406 (а) та BetAB-500 (б))

специфічну область застосування, обумовлену фізикою опору, а їх комплексне використання дозволяє створити найбільш достовірну картину поведінки пенетраторів у різних середовищах. Таке інтегроване бачення є необхідним для коректного вибору інженерних методів розрахунку, для подальшої чисельної верифікації та для практичних застосувань в оборонній інженерії та геомеханіці.

РЕКОМЕНДАЦІЇ ЩОДО ВИБОРУ МОДЕЛІ ТА ЇЇ ПРАКТИЧНОГО ЗАСТОСУВАННЯ

Рациональний вибір моделі проникнення визначається передусім фізичними властивостями цілі, характером її структурної будови, а також діапазоном швидкостей, у якому працює пенетратор. Проведений аналіз засвідчив, що кожна з розглянутих моделей ґрунтується на різних припущеннях щодо природи опору матеріалу, тому застосування певної моделі є виправданим лише за наявності конкретних умов, які відповідають її фізичним обмеженням.

У середовищах із низькою міцністю, зокрема у ґрунтах, пісках, лесовидних відкладах та слабких породах, визначальну роль відіграє інерційний опір, який пропорційний квадрату швидкості. У таких умовах модель Понселе забезпечує найбільш узгоджений опис як кінематики, так і енергетики руху пенетратора, оскільки її математична структура природно відтворює різке уповільнення на початкових етапах занурення у слабо зв'язні матеріали. Водночас застосування цієї моделі до високої міцності матеріалів веде до значних відхилень, що зумовлено спрощеним описом статичної складової опору та відсутністю механізму врахування динамічної міцності.

У випадках взаємодії з бетонними, залізобетонними та кам'яними перешкодами домінує інша фізика процесу, пов'язана з розвитком зон локального руйнування та високошвидкісного напруженого стану. Модель Форрестала, що враховує динамічну міцність матеріалу та

інерційні ефекти у зоні розширення порожнини перед головною частиною пенетратора, показує високу адекватність у широкому діапазоні швидкостей, особливо коли початкова швидкість перевищує 300–400 м/с. Її використання забезпечує фізично обґрунтовані оцінки глибини проникнення у міцні матеріали, де класичні інерційно-опірні моделі або енерго-балансові підходи демонструють систематичні похибки. Втім, модель Форрестала потребує наявності достовірних значень динамічної міцності бетону чи породи, і саме точність цих параметрів визначає її практичну ефективність.

У випадках, коли ціль має складну багат шарову будову, в якій механічні властивості суттєво змінюються із глибиною, найдоцільніше застосовувати енерго-балансову модель. Її математична структура дозволяє безпосередньо враховувати зміну ефективної міцності з глибиною, що робить її особливо корисною для моделювання інженерно обладнаних районів, багат шарових ґрунтово-літологічних профілів, а також конструкцій зі змінною або невизначеною структурою. На відміну від моделей Понселе і Форрестал, які оперують переважно однорідними середовищами, енерго-балансовий підхід дозволяє отримати як узагальнену, так і локально диференційовану картину енергетичної взаємодії з кожним шаром. Водночас він забезпечує верхню межу можливого проникнення, що має особливу важливість у задачах проектування захисту.

Аналіз кінематичних $V(z)$ та енергетичних $E(z)$ кривих, отриманих для кожної моделі, продемонстрував, що реалістичність поведінки залежить не лише від матеріалу цілі, а й від того, наскільки модель відтворює динаміку розсіювання енергії. Тоді як модель Понселе передбачає найшвидшу втрату енергії під дією квадратичного опору, а модель Форрестала описує збалансоване поєднання інерційних та міцнісних ефектів, енерго-балансна модель показує мінімальне зниження енергії, що і пояснює її характерне завищення глибини проникнення. Таким чином, порівняння форм енергетичних кривих створює можливість для обґрунтованого вибору моделі залежно від того, чи необхідно отримати консервативну оцінку, максимально реалістичний прогноз або верхню межу проникнення.

У практиці інженерних розрахунків найбільш ефективним є комбінований підхід. Енерго-балансові формули доцільно застосовувати для попередньої оцінки та визначення максимально можливої глибини проникнення, після чого моделі Форрестал або Понселе слід використовувати для уточнення прогнозів відповідно до типу матеріалу та швидкісного режиму. Такий підхід дозволяє уникнути переоцінки або недооцінки здатності пенетраторів проходити через конкретні шари або інженерні споруди й забезпечує збалансоване поєднання безпеки та точності у розрахунках.

Узагальнюючи, вибір моделі проникнення має ґрунтуватися на поєднанні фізичних характеристик матеріалу, швидкісних параметрів удару та структурної складності цілі. На теперішній час, за таких вимог, універсальної моделі не існує. Лише комплексний, диференційований підхід із урахуванням наведених положень забезпечує адекватність результатів та їх практичну придатність

у прикладних задачах військово-технічного аналізу та інженерного проектування.

Для розроблення алгоритму вирішення прикладних задач оцінки захисту об'єктів критичної інфраструктури доцільно продовжити дослідження у напрямі аналітичного оцінювання за контрольними чисельними сценаріями, які дозволяють встановити не лише прогнозну глибину проникнення, а й межу придатності конкретної архітектури захисної споруди.

ВИСНОВКИ

Проведений у роботі аналіз дозволив у першому наближенні сформулювати цілісну наукову картину механіки проникнення високошвидкісних пенетраторів у середовища різної природи, що охоплює слабкозв'язні ґрунти, структури середньої міцності та високоміцні бетонні та гірські породи. Розглянуті моделі Понселе, Форрестала та енерго-баланса, продемонстрували їх суттєві відмінності як у механічних припущеннях, так і в прогнозованих кінематичних та енергетичних характеристиках, що свідчить про неможливість універсального застосування будь-якої з них у всьому діапазоні властивостей цілі та швидкісних режимів проникнення.

Модель Понселе, яка описує опір як суму статичного та квадратичного інерційного складників, показала високу відповідність при моделюванні проникнення в слабкі та середньозв'язні середовища, де інерційний опір визначає основний механізм гальмування руху. Її математична структура точно передає характер швидкісного уповільнення за таких умов, проте не здатна забезпечити достатню точність при моделюванні проникнення у матеріалах із високою міцністю, що обмежує її застосовність у задачах, пов'язаних із бетонними та кам'яними перешкодами.

Модель Форрестала, побудована на теорії розширення порожнини та динамічній міцності матеріалу, продемонструвала найбільш адекватні результати для цілей високої міцності. Вона відтворює фізику локального руйнування у зоні перед головною частиною пенетратора і забезпечує реалістичні залежності глибини проникнення від початкової швидкості. Таким чином, ця модель є найбільш достовірною у випадках, коли матеріал характеризується високою щільністю, значною динамічною міцністю та інтенсивними процесами ударного ущільнення.

Енерго-балансне формулювання, яке ґрунтується на рівності зміни кінетичної енергії і роботи сил опору, виявилось найбільш універсальним у сенсі здатності описувати проникнення у багат шарові та неоднорідні масиви. Його інтегральна структура дозволяє безпосередньо враховувати змінність ефективної міцності з глибиною, що робить цей підхід природним інструментом для аналізу складних геолого-літологічних профілів та інженерних споруд зі змінними властивостями. Разом з тим саме ця модель надає верхню межу глибини проникнення, оскільки не відображає інерційних механізмів опору, характерних для реальних матеріалів.

Інтегрована перевірка моделей на базі побудованих фазових діаграм, кінематичних залежностей $V(z)$ та енергетичних кривих $E(z)$ показала, що кожна з моде-

лей має чітко окреслену область придатності. Модель Понселе є найбільш ефективною для середовищ малої міцності, Модель Форрестала – для конструкцій та геоматеріалів високої міцності, а енерго-балансове формулювання – для багатопарових та неоднорідних цілей, де властивості середовища істотно змінюються з глибиною. Водночас жодна модель не висчерпує усі можливі сценарії, що зумовлює необхідність диференційованого підходу до вибору застосованої моделі проникнення.

Окремо встановлено, що відносна різниця прогнозів глибини проникнення між аналітичними моделями є інваріантною щодо маси та геометричних характеристик пенетратора за умови однорідності матеріалу цілі. Така інваріантність зумовлена скороченням масштабних параметрів пенетратора у відносних показниках і свідчить про те, що характер розбіжностей між моделями визначається виключно їхньою математичною формою та параметрами цілі.

У цілому, отримані результати свідчать, що найбільш надійна методологія аналізу проникнення полягає у використанні комбінованого підходу, який передбачає застосування енерго-балансової моделі для оцінювання верхньої межі проникності та подальше уточнення результатів за допомогою моделей Понселе або Форрестала залежно від фізичних характеристик матеріалу. Такий підхід дозволяє уникнути систематичних похибок, притаманних кожній окремій моделі, та забезпечує збалансоване поєднання точності, надійності та фізичної інтерпретованості результатів.

Окрім того, результати порівняльного аналізу створюють основу для подальшої інтеграції аналітичних моделей у чисельні методи моделювання, зокрема в системах високолінійного скінченно-елементного аналізу LS-DYNA та Autodyn, що відкриває можливість для більш глибокого дослідження складних сценаріїв, включно з анізотропними та сильно неоднорідними середовищами. Загалом проведена робота формує узагальнену платформу для розвитку інженерних методів прогнозування глибини проникнення та для створення практичних рекомендацій у військово-технічній сфері, геомеханіки та проектуванні захисних споруд.

СПИСОК ПОСИЛАНЬ

- Poncelet, J. (1839). *Traité de mécanique*. Paris: Bachelier.
- Forrestal, M. J. & Luk, V. K. (1997). Dynamic spherical cavity-expansion in a compressible elastoplastic solid. *Intern. J. of Solids and Structures*. Vol. 34(24). Pp. 3127—3141. DOI: 10.1016/0734-743X(87)90096-0.
- Forrestal, M. J., Tzou, D. Y. & Luk, V. K. (1991). Penetration into concrete targets with ogive-nose projectiles. *Intern. J. of Impact Engineering*. Vol. 11(3). Pp. 395—406. DOI: 10.1016/S0020-7683(97)00017-6.
- Anderson, C. E. (2017). Analytic models for penetration mechanics: a review. *Intern. J. of Impact Engineering*. Vol. 108. Pp. 3—26. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2017.01.018.
- Young, C. W. (1977). Penetration equations. Sandia Nat. Laboratories Report. SAND77-0429. Albuquerque.
- Recht, R. F. & Ipson, T. W. (1963). Ballistic perforation dynamics. *J. of Applied Mechanics*. Vol. 30. Pp. 384—390. DOI: 10.1115/1.3636566.
- Wen, H. M. & Chen, W. W. (2002). Penetration resistance of concrete: cavity expansion approach. *Intern. J. of Solids and Structures*. Vol. 39(13). Pp. 3741—3752. DOI: 10.1081/SME-120015076.
- Jin, X., Li, Y. C. & Chen, W. W. (2017). Prediction of penetration depths using cavity expansion theory. *PLOS ONE*. 2017. Vol. 12(4). e0175785. DOI: 10.1371/journal.pone.0175785.
- Chen, X., Huang, F. & Xia, Y. (2004). Rock penetration modeling using cavity expansion theory. *Intern. J. of Rock Mechanics and Mining Sciences*. Vol. 41(3). Pp. 447—458. DOI: 10.1016/j.ijrmms.2003.12.007.
- Li, Q. M. & Chen, X. (2003). Dimensionless analysis of penetration. *Intern. J. of Impact Engineering*. Vol. 28(1). Pp. 93—116. DOI: 10.1016/S0734-743X(02)00037-4.
- Frew, D. J., Forrestal, M. J. & Hickerson, J. P. (2006). Penetration of concrete targets. *Intern. J. of Impact Engineering*. Vol. 33(1–12). Pp. 973—985. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2006.09.006.
- Sarva, S. & Nemat-Nasser, S. (2001). Dynamic response of materials to penetration. *Mech. Mater.* Vol. 33(9). Pp. 579—596. DOI: 10.1016/S0921-5093(01)01172-8.
- Александров С. Б., Костарева Н. Б., Моргунов М. Н. Устойчивость движения проникающих боеприпасов. *Боеприпасы*. 1987. № 6. С. 44—47.
- Основи інженерного захисту об'єктів критичної інфраструктури енергетичної галузі України від засобів повітряного нападу противника : монографія / М. В. Коваль, В. В. Коваль, А. С. Білик, В. І. Коцюруба, О. М. Кубраков ; за ред. А. С. Білика. Київ : Генеральний штаб Збройних Сил України. 2023. 185 с.
- Муштафін М. А., Ларін О. Ю., Чепков І. Б. Огляд та критичний аналіз методів оцінювання занурення пенетраторів у перешкоди (цілі). *Матер. XI міжнар. наук.-техн. конф. «Актуальні проблеми військово-технічної політики та напрями озброювання Збройних Сил України в умовах воєнного стану»*. Київ : ЦНДІ ОВТ ЗСУ. 2025. С. 305—310.
- Оцінювання інженерного захисту критичних об'єктів: фугасна дія типових бойових частин та пенетрація БЧ класу Х-47М2 / Муштафін М. А., Ларін О. Ю., Чепков І. Б., Гришак Д. В., Адаменко Б. І. *Матер. XI міжнар. наук.-техн. конф. «Актуальні проблеми військово-технічної політики та напрями озброювання Збройних Сил України в умовах воєнного стану»*. Київ : ЦНДІ ОВТ ЗСУ. 2025. С. 642—649.
- Модельно-орієнтована параметризація та КРІ-верифікація інженерного захисту критичних вузлів гідроенергетичної інфраструктури (ГЕС/ГАЕС) в умовах повітряних атак / Ларін О. Ю., Чепков І. Б., Крайнік В. Я., Сук С. П. *Матер. XI міжнар. наук.-техн. конф. «Актуальні проблеми військово-технічної політики та напрями озброювання Збройних Сил України в умовах воєнного стану»*. Київ : ЦНДІ ОВТ ЗСУ. 2025. С. 619—625.
- Модельно-орієнтована програма верифікації інженерного захисту критичних вузлів об'єктів гідроенергетики (структура доказовості, документування та масштабування) при застосуванні засобів повітряного нападу / Ларін О. Ю., Сухецький Б. Л., Кучер В. Г., Медьєши В. І., Яременко С. О., Гринь В. А. *Матер.*

XI міжнар. наук.-техн. конф. «Актуальні проблеми військово-технічної політики та напрями озброювання Збройних Сил України в умовах воєнного стану». Київ : ЦНДІ ОБТ ЗСУ, 2025. С. 612—619.

19. Методика оцінювання стану інженерного захисту об'єктів критичної інфраструктури : затв. заст. начальника Генерального штабу Збройних Сил України 27.11.2023. Київ. 2023. 31 с.

REFERENCES

- Poncelet, J. (1839). *Traité de mécanique*. Paris: Bachelier.
- Forrestal, M. J. & Luk, V. K. (1997). Dynamic spherical cavity-expansion in a compressible elastoplastic solid. *Intern. J. of Solids and Structures*. Vol. 34(24). Pp. 3127—3141. DOI: 10.1016/0734-743X(87)90096-0.
- Forrestal, M. J., Tzou, D. Y. & Luk, V. K. (1991). Penetration into concrete targets with ogive-nose projectiles. *Intern. J. of Impact Engineering*. Vol. 11(3). Pp. 395—406. DOI: 10.1016/S0020-7683(97)00017-6.
- Anderson, C. E. (2017). Analytic models for penetration mechanics: a review. *Intern. J. of Impact Engineering*. Vol. 108. Pp. 3—26. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2017.01.018.
- Young, C. W. (1977). Penetration equations. Sandia Nat. Laboratories Report. SAND77-0429. Albuquerque.
- Recht, R. F. & Ipson, T. W. (1963). Ballistic perforation dynamics. *J. of Applied Mechanics*. Vol. 30. Pp. 384—390. DOI: 10.1115/1.3636566.
- Wen, H. M. & Chen, W. W. (2002). Penetration resistance of concrete: cavity expansion approach. *Intern. J. of Solids and Structures*. Vol. 39(13). Pp. 3741—3752. DOI: 10.1081/SME-120015076.
- Jin, X., Li, Y. C. & Chen, W. W. (2017). Prediction of penetration depths using cavity expansion theory. *PLOS ONE*. 2017. Vol. 12(4). e0175785. DOI: 10.1371/journal.pone.0175785.
- Chen, X., Huang, F. & Xia, Y. (2004). Rock penetration modeling using cavity expansion theory. *Intern. J. of Rock Mechanics and Mining Sciences*. Vol. 41(3). Pp. 447—458. DOI: 10.1016/j.ijrmmms.2003.12.007.
- Li, Q. M. & Chen, X. (2003). Dimensionless analysis of penetration. *Intern. J. of Impact Engineering*. Vol. 28(1). Pp. 93—116. DOI: 10.1016/S0734-743X(02)00037-4.
- Frew, D. J., Forrestal, M. J. & Hickerson, J. P. (2006). Penetration of concrete targets. *Intern. J. of Impact Engineering*. Vol. 33(1–12). Pp. 973—985. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2006.09.006.
- Sarva, S. & Nemat-Nasser, S. (2001). Dynamic response of materials to penetration. *Mech. Mater.* Vol. 33(9). Pp. 579—596. DOI: 10.1016/S0921-5093(01)01172-8.
- Aleksandrov, S. B., Kostareva, N. B., & Morgunov, M. N. (1987). “Ustoychivost dvizheniia pronikayushchikh boepripasov [Motion stability of penetrating ammunitions]. *Boepripasy*, (6), Pp. 44—47 [in Russian].
- Koval, M. V., Koval, V. V., Bilyk, A. S., Kotsiuruba, V. I., & Kubrakov, O. M. (2023). “Osnovy inzhenerenoho zakhystu ob'ektiv krytychnoi infrastruktury enerhetychnoi haluzi Ukrainy vid zasobiv povitrianoho napadu protyvnyka” [Fundamentals of engineering protection of critical infrastructure objects of the energy sector of Ukraine from enemy air attack weapons]: Monograph (A. S. Bilyk, Ed.). General Staff of the Armed Forces of Ukraine [in Ukrainian].
- Mustafin, M. A., Larin, O. Yu., & Chepkov, I. B. (2025). “Ohliad ta krytychnyi analiz metodiv otsiniuvannia zanurennia penetratoriv u pereshkody (tsili)” [Review and critical analysis of methods for evaluating the penetration of penetrators into obstacles (targets)]. *Proc. of the XI Intern. Scientific and Technical Conference «Actual Problems of Military-Technical Policy and Directions of Armament of the Armed Forces of Ukraine under Martial Law»*. Pp. 305—310. Central Scient. Research Inst. of Armament and Military Equipment of Armed Forces of Ukraine [in Ukrainian].
- Mustafin, M. A., Larin, O. Yu., Chepkov, I. B., Hryshchak, D. V., & Adamenko, B. I. (2025). “Otsiniuvannia inzhenerenoho zakhystu krytychnykh ob'ektiv: fuhasna diia tipovykh boiovykh chastyn ta penetratsiia BCh klasu Kh-47M2” [Evaluation of engineering protection of critical objects: High-explosive effect of typical warheads and penetration of Kh-47M2 class warheads]. *Proc. of the XI Intern. Scient. and Technical Conf. «Actual Problems of Military-Technical Policy and Directions of Armament of the Armed Forces of Ukraine under Martial Law»* Pp. 642—649. Central Scient. Research Inst. of Armament and Military Equipment of Armed Forces of Ukraine [in Ukrainian].
- Larin, O. Yu., Chepkov, I. B., Krainik, V. Ya., & Suk, S. P. (2025). “Modelno-orientovana parametryzatsiia ta KPI-veryfikatsiia inzhenerenoho zakhystu krytychnykh vuzliv hidroenerhetychnoi infrastruktury (HES/HAES) v umovakh povitrianykh atak” [Model-oriented parameterization and KPI-verification of engineering protection of critical nodes of hydropower infrastructure (HPP/PSPP) under air attacks]. *Proc. of the XI Intern. Scient. and Technical Conf. «Actual Problems of Military-Technical Policy and Directions of Armament of the Armed Forces of Ukraine under Martial Law»*. Pp. 619—625. Central Scientific Research Inst. of Armament and Military Equipment of Armed Forces of Ukraine [in Ukrainian].
- Larin, O. Yu., Sukhetskyi, B. L., Kucher, V. G., Medieshi, V. I., Yaremenko, S. O., & Hryn, V. A. (2025). “Modelno-orientovana prohrama veryfikatsii inzhenerenoho zakhystu krytychnykh vuzliv ob'ektiv hidroenerhetyky (struktura dokazovosti, dokumentuvannia ta mashtabuvannia) pry zastosuvanni zasobiv povitrianoho napadu” [Model-oriented program for verification of engineering protection of critical nodes of hydropower facilities (structure of evidence, documentation and scaling) during the use of air attack weapons]. *Proceedings of the XI International Scientific and Technical Conference «Actual Problems of Military-Technical Policy and Directions of Armament of the Armed Forces of Ukraine under Martial Law»* Pp. 612—619. Central Scientific Research Institute of Armament and Military Equipment of Armed Forces of Ukraine [in Ukrainian].
- General Staff of the Armed Forces of Ukraine. (2023). “Metodyka otsiniuvannia stanu inzhenerenoho zakhystu ob'ektiv krytychnoi infrastruktury” [Methodology for assessing the state of engineering protection of critical

infrastructure objects] (Approved by the Deputy Chief of the General Staff of the Armed Forces of Ukraine on November 27, 2023) [in Ukrainian].

**Larin O.Yu., Mustafin M.A.,
Krainik V.Ya., Suk S.P.**

REVIEW AND CRITICAL ANALYSIS OF METHODS FOR EVALUATING PENETRATOR PENETRATION INTO BARRIERS (TARGETS)

The paper presents a systematic review and critical analysis of methods for evaluating the penetration depth of high-velocity penetrators into barriers and targets of different mechanical nature. Three principal classes of models are considered: the inertial-resistance Poncelet model, the dynamic-strength Forrestal model associated with the cavity expansion concept, and the energy-balance approach used as an integral framework for heterogeneous and layered targets. The physical assumptions, mathematical structure, applicability domains and limitations of each approach are analyzed. It is shown that these models should not be treated as fully interchangeable; rather, they complement one another depending on target strength, impact velocity, penetrator geometry and structural complexity of the barrier. Special attention is given to applied and verification-oriented studies in which analytical penetration estimates are used to substantiate protective structures for critical infrastructure. Recommendations are formulated for the combined use of analytical models and control numerical scenarios in defence engineering and protective-structure design.

Keywords: penetrator, penetration, penetration depth, Poncelet model, Forrestal model, cavity expansion theory, energy-balance approach, protective structures, reinforced concrete, engineering protection.

Відомості про авторів:

Ларін Олександр Юрійович

кандидат технічних наук
начальник науково-дослідного управління розвитку озброєння та військової техніки Сухопутних військ
Центральний науково-дослідний інститут озброєння та військової техніки Збройних Сил України
м. Київ, Україна
<https://orcid.org/0000-0001-6933-850X>
e-mail: sanlarin@meta.ua

Мустафін Марат Анатолійович

начальник відділу розвитку засобів виявлення та ситуаційної обізнаності Управління інноваційної діяльності та розвитку Командування сил безпосереднього протиповітряного прикриття Командування Повітряних Сил Збройних Сил України
м. Київ, Україна
<https://orcid.org/0000-0002-9340-6223>
e-mail: mustafinmrt@gmail.com

Крайнік Вадим Ярославович

голова правління ПрАТ «Укргідропроєкт»
м. Харків, Україна
e-mail: sv.usbu.kh@ukr.net

Сук Сергій Павлович

головний інженер проєкту
ПрАТ «Укргідропроєкт»
м. Харків, Україна
e-mail: sv.usbu.kh@ukr.net

Information about the authors:

Larin Oleksandr

Candidate of Technical Sciences
Head of the Research Department for the Development of Weapons and Military Equipment of the Land Forces
Central Scientific Research Institute of Armament and Military Equipment of Armed Forces of Ukraine
Kyiv, Ukraine
<https://orcid.org/0000-0001-6933-850X>
e-mail: sanlarin@meta.ua

Mustafin Marat

Head of the Department for the Development of Detection Systems and Situational Awareness Directorate for Innovation and Development of the Command of Direct Air Defense Cover Forces
Air Force Command of the Armed Forces of Ukraine
Kyiv, Ukraine
<https://orcid.org/0000-0002-9340-6223>
e-mail: mustafinmrt@gmail.com

Krainik Vadym

Chairman of the Board of PrJSC «Ukrhydroproject»
Kharkiv, Ukraine
e-mail: sv.usbu.kh@ukr.net

Suk Serhii

Chief Project Engineer of PrJSC «Ukrhydroproject»
Kharkiv, Ukraine
e-mail: sv.usbu.kh@ukr.net

Стаття надійшла до редколегії 12.05.2025.

Стаття прийнята до друку після рецензування 21.05.2026.

Стаття опублікована 30.06.2026.