

УДК 681.883+621.396.96

DOI: [https://doi.org/1034169/2414-0651.2024.4\(44\).69-78](https://doi.org/1034169/2414-0651.2024.4(44).69-78)

С. Д. ЗІБІН, кандидат технічних наук
<https://orcid.org/0000-0002-9426-2380>

О. Л. НАЛАПКО, доктор філософії
<https://orcid.org/0000-0002-3515-2026>

А. О. ПОПОВ, кандидат технічних наук, доцент
<https://orcid.org/0000-0002-8560-617X>

В. В. ТВЕРДОХЛІБОВ, кандидат технічних наук
старший науковий співробітник
<https://orcid.org/0000-0002-6802-9796>
(Центральний науково-дослідний інститут озброєння та військової техніки Збройних Сил України, м. Київ)

ДОСЛІДЖЕННЯ МЕТОДІВ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛІЗУ ГІДРОАКУСТИЧНИХ СИГНАЛІВ У ПРОСТОРИ З l_1 - МЕТРИКОЮ

Наводяться основні співвідношення, які характеризують кореляційні та статистичні взаємозв'язки між реалізаціями випадкових вибірок у вибіркових просторах із l_1 - та l_2 -метриками. На основі отриманих співвідношень розроблено шляхи застосування відомих методів спектрального оцінювання (мінімальної дисперсії, власних векторів, множинної класифікації сигналів, мінімальної норми) у просторах сигналів з l_1 -метрикою, розширюючи, таким чином, сферу їх використання. Розроблено нові алгоритми спектрального аналізу гідроакустичних сигналів. Проведено порівняльний аналіз розроблених алгоритмів спектрального аналізу гідроакустичних сигналів із відомими.

Ключові слова: гідроакустичний сигнал, спектральний аналіз, спектральне оцінювання, метод мінімальної дисперсії, метод власних векторів, метод множинної класифікації сигналів, метод мінімальної норми, l_1 -метрика, вибірковий простір, простір сигналів, обробка сигналів.

ВСТУП

Успіх збройної боротьби в суттєвій мірі залежить від ефективності систем виявлення цілей ураження у всіх сферах її ведення: наземній, повітряній та морській, що забезпечується системами активної і пасивної радіо- та гідролокації відповідно. Швидкі темпи поширення у практиці ведення бойових дій надводних та підводних безекіпажних катерів та робототехнічних комплексів, а також триваючий технічний прогрес в галузі створення гідроакустичних систем різного функціонального призначення приводять до істотного ускладнення гідроакустичної обстановки з великим завантаженням робочих діапазонів частот і високою динамікою її зміни в просторі та часі. У цих умовах ефективність завдань пошу-

ку джерел гідроакустичного випромінювання (ДГАВ), спостереження за ними, їх розпізнавання та визначення їх координат, які здійснюються з метою моніторингу гідроакустичної обстановки, залежить від часу, необхідного для виявлення, точності визначення координат ДГАВ, а також від ступеню завадостійкості приймальної системи, що обумовлює необхідність постійного вдосконалювання швидкодіючих систем пасивної гідролокації. Точність визначення координат ДГАВ або напрямку на них, а також якість розпізнавання ДГАВ суттєво залежить від точності методів спектрального аналізу гідроакустичних сигналів ДГАВ.

АНАЛІЗ ОСТАННІХ ДОСЛІДЖЕНЬ І ПУБЛІКАЦІЙ

Загальні питання обробки гідроакустичних сигналів досліджуються у роботах [1–3]. Питанням виявлення гідроакустичних сигналів присвячені роботи [1, 2, 4]. Підходи до спектрального оцінювання гідроакустичних сигналів наведено в роботах [1, 3, 5, 6]. Дослідження питань розпізнавання гідроакустичних сигналів містяться у роботах [1, 5–10]. Загальні підходи до спектрального аналізу сигналів містяться у джерелах [11–22]. Методи оцінки спектральної щільності потужності сигналів розглянуто в роботах [23–26]. Окремий клас методів спектрального оцінювання, заснованих на аналізі власних векторів оцінки автокореляційної матриці, до яких належать метод власних векторів, метод множинної класифікації сигналів (Multiple Signal Classification (MUSIC)), метод мінімальної норми і метод ESPRIT (Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques) розглядається в роботах [28–32]. Питанням обробки сигналів на основі L-груп в просторах сигналів з узагальненими метриками, та зокрема, питанням спектрального аналізу сигналів в таких просторах, присвячена робота [33].

Метою роботи є, по-перше, постановка та вирішення завдання розширення сфери застосування відомих методів спектрального аналізу гідроакустичних сигналів на основі переносу обробки сигналів у простір з l_1 -метрикою, по-друге, проведення порівняльного аналізу розроблених алгоритмів спектрального аналізу гідроакустичних сигналів із відомими.

РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕНЬ

Спектральний аналіз є одним з напрямків обробки сигналів, який дозволяє оцінити складові досліджуваного сигналу в частотній області на основі спеціальних методів і підходів. Математичною основою, яка зв'язує сигнал з його представленням в частотній області, є перетворення, побудовані на використанні узагальненого ряду Фур'є [11]. Узагальнений ряд Фур'є будується на основі того чи іншого базису ортогональних, як правило, гармонійних функцій. Спектральний аналіз здійснюється відносно сигналів, що несуть певну інформацію, а тому є випадковими, а також відносно детермінованих сигналів, які спостерігаються на фоні шумів (перешкод). При цьому, спектральний аналіз сигналів ґрунтується на застосуванні певних статистичних методів і алгоритмів, вибір яких ґрунтується на певних апріорних уявленнях про досліджувані сигнали. Від ступеня відповідності

між властивостями спостережуваних сигналів і наявної апіорної інформації про них залежить ефективність застосовуваних статистичних методів і алгоритмів спектрального аналізу.

Відомі методи спектрального аналізу та оцінювання добре викладені в багатьох джерелах, див., наприклад, роботи [12–28]. У статті ми розглянемо також альтернативні алгоритми спектрального оцінювання, побудовані на операціях L -групи [33], які, будучи аналогами відомих алгоритмів, мають аналогічне розрізнення по частоті та реалізуються з меншими обчислювальними витратами за рахунок безмультіплікативної обробки сигналів, яка не передбачає використання операції множення. Усі методи спектрального оцінювання, побудовані на операціях L -групи, наведені в статті, викладаються в порівнянні зі своїми відомими лінійними аналогами. Методи спектрального оцінювання, які розглядаються у статті, побудовані на основі алгоритмів обробки дискретних часових послідовностей (дискретних сигналів).

Оцінка кореляційних і статистичних взаємозв'язків між реалізаціями випадкових вибірок

У вибіркового просторі $\mathcal{L}(X; +, \vee, \wedge)$ із властивостями L -групи між реалізаціями (спостереженнями) $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ вибірок X, Y , можна розглядати будь-які узагальнені метрики, в тому числі такі, що обумовлені співвідношеннями [33]:

$$M_p(x, y) = \sum_{i=1}^n [\text{sgn}(x_i \vee y_i) - \text{sgn}(x_i \wedge y_i)]; \quad (1)$$

$$M_s(x, y) = \sum_{i=1}^n [x_i \vee y_i - x_i \wedge y_i] \cdot \begin{bmatrix} \text{sgn}(x_i \vee y_i) - \\ \text{sgn}(x_i \wedge y_i) \end{bmatrix}; \quad (2)$$

$$M_{l_1}(x, y) = \sum_{i=1}^n |x_i - y_i| = \sum_{i=1}^n (x_i \vee y_i - x_i \wedge y_i), \quad (3)$$

де $a \vee b = \max(a, b)$, $a \wedge b = \min(a, b)$ – операції верхньої та нижньої граней вибіркового простору $\mathcal{L}(X; +, \vee, \wedge)$ із властивостями L -групи, $a, b = \text{const}$.

Вирази (1), (2), (3) визначають псевдометрику, напівметрику та l_1 -метрику. Тут позначення «р», «s», що фігурують у нижньому індексі узагальнених метрик (1), (2) вказують на зв'язок цієї міри із псевдометрикою (pseudometric) і напівметрикою (semimetric) відповідно, а позначення « l_1 », що фігурує в нижньому індексі в (3), указує на зв'язок цієї міри з більш широко вживаною метрикою l_1 -простору.

Обчислення узагальнених метрик (1), (2), (3) можна організувати без використання операцій множення, що є безсумнівною перевагою при організації обчислень, по-перше, у системах, що не мають значних обчислювальних ресурсів, а по-друге, у системах, де потрібна значна швидкість обчислень.

В подальшому обмежимо розгляд матеріалу статті лише рамками простору з l_1 -метрикою (3) з міркувань, по-перше, стосовно обсягу статті, та, по-друге, з того, що дана метрика є більш звичною для переважної більшості читачів. Далі у вибіркового просторі $\mathcal{L}(X; +, \vee, \wedge)$ із властивостями L -групи між реалізаціями (спостереженнями) $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ вибірок

X, Y , ми будемо використовувати міру статистичного взаємозв'язку (МСВ), яка відповідає l_1 -метриці (3) [33]:

$$N_{l_1}(x, y) = \sum_{i=1}^n [|x_i + y_i| - |x_i - y_i|]. \quad (4)$$

МСВ (4) є змістовним аналогом кореляції між реалізаціями $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ вибірок X, Y у вибіркового просторі з l_2 -метрикою

$$M_{l_2}(x, y) = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2};$$

$$R(x, y) = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^n [(x_i + y_i)^2 - (x_i - y_i)^2] = \sum_{i=1}^n x_i \cdot y_i.$$

Нехай $x_i = u_i + j \cdot v_i$ – комплексний дискретний випадковий сигнал, $i = 1, 2, \dots, n$; $u_i = \text{Re}[x_i]$, $v_i = \text{Im}[x_i]$ – його дійсна та уявна компоненти. Тоді оцінка МСВ (6) $\hat{N}_{l_1}(u; m)$, $\hat{N}_{l_1}(v; m)$ його дійсної $u_i = \text{Re}[x_i]$ (уявної $v_i = \text{Im}[x_i]$) компоненти визначається співвідношеннями:

$$\hat{N}_{l_1}(u; m) = \frac{1}{n-m} \left(\sum_{i=1}^{n-m} [|u_{i+m} + u_i| - |u_{i+m} - u_i|] \right), \quad (5)$$

де m – параметр часової затримки, $m = 1, 2, \dots, L$; $L \ll n$, а оцінки взаємних МСВ (6) $\hat{N}_{l_1}(u, v; m)$, $\hat{N}_{l_1}(v, u; m)$ дійсної u_i та уявної $v_i = 0, \dots, M-1$ компонент сигналу x_i визначаються співвідношеннями:

$$\hat{N}_{l_1}(u, v; m) = \frac{1}{n-m} \sum_{i=1}^{n-m} [|u_{i+m} + v_i| - |u_{i+m} - v_i|]; \quad (6a)$$

$$\hat{N}_{l_1}(v, u; m) = \frac{1}{n-m} \sum_{i=1}^{n-m} [|v_{i+m} + u_i| - |v_{i+m} - u_i|]. \quad (6b)$$

Оцінки МСВ (5) і взаємних МСВ (6 а, б) є змістовними аналогами оцінок АКФ і ВКФ відповідно, з тою відмінністю, що вони враховують, у загальному випадку, лінійні та нелінійні статистичні зв'язки між відліками сигналу (сигналів).

Тоді з урахуванням співвідношень (5), (6) результуюча оцінка МСВ комплексного дискретного x_i випадкового сигналу, буде визначатися виразом:

$$\hat{N}_{l_1}(x; m) = \hat{N}_{l_1}(u; m) + \hat{N}_{l_1}(v; m) - j[\hat{N}_{l_1}(u, v; m) - \hat{N}_{l_1}(v, u; m)] \quad (7)$$

Деякі алгоритми спектрального оцінювання передбачають формування оцінки автокореляційної матриці (АКМ) \hat{R}_x розмірності $L \times L$ на основі оцінки $\hat{r}_x(m)$ АКФ $r_x(m)$ (див., наприклад, [18; (5.9)]):

$$\hat{r}_x(m) = \frac{1}{N-m} \sum_{i=0}^{N-m-1} x(i+m)x^*(i), \quad (8)$$

$$\hat{r}_x^*(m) = \hat{r}_x^*(-m),$$

де N – число відліків $x(i)$ комплекснозначного випадкового процесу $x(t)$; $x^* = a - jb$, якщо $x = a + jb$; максимальний індекс L часового зсуву $m \leq L$, що фігурує в оцінці (8) вибирається, виходячи з виконання співвідношення $L \ll N$.

При цьому іноді буває, що обчислювальних ресурсів системи обробки виявляється недостатньо для того, щоб обробити всі L відліків оцінки $\hat{r}_x(m)$ АКФ (8). Тоді розмірність АКМ $\hat{\mathbf{R}}_x$ знижують до деякого прийнятного числа $K \leq L$, $L = K \cdot \tau$, а сама оцінка АКМ $\hat{\mathbf{R}}_x$ приймає вид:

$$\hat{\mathbf{R}}_x = \left\| \hat{R}_{i,k}^x \right\| = \begin{vmatrix} \hat{r}_x(0) & \hat{r}_x^*(\tau) & \dots & \hat{r}_x^*((K-1)\tau) \\ \hat{r}_x(\tau) & \hat{r}_x(0) & \dots & \hat{r}_x^*((K-2)\tau) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{r}_x((K-1)\tau) & \hat{r}_x^*((K-2)\tau) & \dots & \hat{r}_x(0) \end{vmatrix}, \quad (9)$$

$$R_{i,k}^x = \begin{cases} \hat{r}_x(0), & i = k; \\ \hat{r}_x(|i-k|\tau), & i > k; \\ \hat{r}_x^*(|i-k|\tau), & i < k, \end{cases} \quad R_{i,k}^x = \bar{R}_{k,i}^x, \quad (10)$$

$$i = 0, 1, \dots, K-1; k = 0, 1, \dots, K-1,$$

де, як було прийнято раніше, $a^*(\tau)$ – функція, комплексно сполучена з $a(\tau)$; \bar{B} – число, комплексно сполучене з B .

Оскільки МСВ (4) оперує із дійсними значеннями, нагадаємо метод представлення АКФ комплексного випадкового процесу на основі АКФ і взаємних кореляційних функцій (ВКФ) його дійсної та уявної компонент (див., наприклад, [19; теорема 15.1]).

Нехай $x(i) = u(i) + j \cdot v(i)$ – комплексний дискретний випадковий сигнал, $i = 0, 1, \dots, N-1$; $u(i) = \text{Re}[x(i)]$, $v(i) = \text{Im}[x(i)]$ – його дійсна та уявна компоненти. Тоді оцінка АКФ $\hat{r}_x(m)$ комплексного дискретного випадкового сигналу $x(i)$ буде визначатися виразом:

$$\hat{r}_x(m) = \hat{r}_u(m) + \hat{r}_v(m) - j[\hat{r}_{uv}(m) - \hat{r}_{vu}(m)], \quad (11)$$

де $\hat{r}_u(m)$, $\hat{r}_v(m)$ – оцінки АКФ дійсної $u(i) = \text{Re}[x(i)]$ та уявної $v(i) = \text{Im}[x(i)]$ компонентів комплексного дискретного випадкового сигналу $x(i)$, обумовлені формулою (8); $\hat{r}_{uv}(m)$, $\hat{r}_{vu}(m)$ – оцінки взаємних кореляційних функцій (ВКФ) дійсної $u(i)$ та уявної $v(i)$ компонент сигналу $x(i)$, які визначаються співвідношеннями:

$$\hat{r}_{uv}(m) = \frac{1}{N-m} \sum_{i=0}^{N-m-1} u(i+m)v^*(i); \quad (12a)$$

$$\hat{r}_{vu}(m) = \frac{1}{N-m} \sum_{i=0}^{N-m-1} v(i+m)u^*(i); \quad (12b)$$

$$\hat{r}_{uv}(m) = \hat{r}_{vu}(-m); \quad \hat{r}_{vu}(m) = \hat{r}_{uv}(-m). \quad (12v)$$

З урахуванням (11) і (12) оцінка АКМ $\hat{\mathbf{R}}_x$ має таке представлення через оцінки АКМ $\hat{\mathbf{R}}_u$, $\hat{\mathbf{R}}_v$ дійсної $u(i)$ та уявної $v(i)$ компонентів сигналу $x(i)$, а також їх оцінки взаємних кореляційних матриць (ВКМ) $\hat{\mathbf{R}}_{uv}$, $\hat{\mathbf{R}}_{vu}$:

$$\hat{\mathbf{R}}_x = \hat{\mathbf{R}}_u + \hat{\mathbf{R}}_v - j(\hat{\mathbf{R}}_{uv} - \hat{\mathbf{R}}_{vu}), \quad (13)$$

де оцінки АКМ $\hat{\mathbf{R}}_u$, $\hat{\mathbf{R}}_v$ визначаються як симетричні матриці виду:

$$\hat{\mathbf{R}}_u = \left\| R_{i,k}^u \right\|; \quad \hat{\mathbf{R}}_v = \left\| R_{i,k}^v \right\|; \quad (14)$$

$$R_{i,k}^u = \begin{cases} \hat{r}_u(0), & i = k; \\ \hat{r}_u(|i-k|\tau), & i \neq k, \end{cases} \quad R_{i,k}^v = \begin{cases} \hat{r}_v(0), & i = k; \\ \hat{r}_v(|i-k|\tau), & i \neq k, \end{cases} \quad (15)$$

а оцінки ВКМ $\hat{\mathbf{R}}_{uv}$, $\hat{\mathbf{R}}_{vu}$ визначаються як косиметричні матриці:

$$\hat{\mathbf{R}}_{uv} = \left\| R_{i,k}^{uv} \right\|; \quad \hat{\mathbf{R}}_{vu} = \left\| R_{i,k}^{vu} \right\|; \quad (16)$$

$$R_{i,k}^{uv} = \begin{cases} \hat{r}_{uv}(0), & i = k; \\ \hat{r}_{uv}(|i-k|\tau), & i > k; \\ -\hat{r}_{uv}^*(|i-k|\tau), & i < k, \end{cases} \quad R_{i,k}^{vu} = \begin{cases} \hat{r}_{vu}(0), & i = k; \\ \hat{r}_{vu}(|i-k|\tau), & i > k; \\ -\hat{r}_{vu}^*(|i-k|\tau), & i < k, \end{cases} \quad (17)$$

$$R_{i,k}^{uv} = -R_{k,i}^{vu}; \quad R_{i,k}^{vu} = -R_{k,i}^{uv},$$

$$\tau = L / K; \quad L \ll N; \quad i = 0, 1, \dots, K-1; \quad k = 0, 1, \dots, K-1.$$

Якщо $x(i) = u(i) + j \cdot v(i)$ – комплексний дискретний випадковий сигнал, $i = 0, 1, \dots, N-1$; $u(i) = \text{Re}[x(i)]$, $v(i) = \text{Im}[x(i)]$ – його дійсна та уявна компоненти, то оцінка МСВ (5) його дійсної $u(i) = \text{Re}[x(i)]$ (уявної $v(i) = \text{Im}[x(i)]$) компоненти визначається співвідношенням:

$$\hat{N}_u^l(m) = \frac{1}{N-m} \sum_{i=0}^{N-m-1} [|u(i+m)+u(i)| - |u(i+m)-u(i)|], \quad (18)$$

а оцінки взаємних МСВ (6а,б) $\hat{N}_{uv}^l(m)$, $\hat{N}_{vu}^l(m)$ дійсної $u(i)$ та уявної $v(i)$ компонент сигналу $x(i)$ визначаються співвідношеннями:

$$\hat{N}_{uv}^l(m) = \frac{1}{N-m} \sum_{i=0}^{N-m-1} [|u(i+m)+v(i)| - |u(i+m)-v(i)|]; \quad (19a)$$

$$\hat{N}_{vu}^l(m) = \frac{1}{N-m} \sum_{i=0}^{N-m-1} [|v(i+m)+u(i)| - |v(i+m)-u(i)|]. \quad (19b)$$

Тут помітимо, що максимальний індекс L часового зсуву $m \leq L$, що фігурує в оцінках (18), (19) також як і раніше, вибирається з урахуванням виконання співвідношення $L \ll N$.

Тоді з урахуванням співвідношень (18), (19) результуюча оцінка МСВ $\hat{N}_x^l(m)$ комплексного дискретного випадкового сигналу $x(i)$, за аналогією з (7), буде визначатися виразом:

$$\hat{N}_x^l(m) = \hat{N}_u^l(m) + \hat{N}_v^l(m) - j[\hat{N}_{uv}^l(m) - \hat{N}_{vu}^l(m)]. \quad (20)$$

З урахуванням (20), оцінка матриці $\hat{\mathbf{N}}_{x,l_1}$ МСВ (4) комплексного дискретного випадкового сигналу $x(i)$ має таку форму представлення через матриці МСВ $\hat{\mathbf{N}}_u^l$, $\hat{\mathbf{N}}_v^l$ дійсної $u(i)$ та уявної $v(i)$ компонентів сигналу $x(i)$, а також їх матриці взаємних МСВ $\hat{\mathbf{N}}_{uv}^l$, $\hat{\mathbf{N}}_{vu}^l$:

$$\hat{\mathbf{N}}_{x,l_1} = \hat{\mathbf{N}}_u^l + \hat{\mathbf{N}}_v^l - j(\hat{\mathbf{N}}_{uv}^l - \hat{\mathbf{N}}_{vu}^l), \quad (21)$$

при цьому матриці МСВ $\hat{\mathbf{N}}_u^l$, $\hat{\mathbf{N}}_v^l$ визначаються як симетричні матриці виду:

$$\hat{\mathbf{N}}_u^l = \left\| N_{i,k}^{l,u} \right\|; \quad \hat{\mathbf{N}}_v^l = \left\| N_{i,k}^{l,v} \right\|; \quad (22)$$

$$N_{i,k}^{l,u} = \begin{cases} \hat{N}_u^l(0), & i = k; \\ \hat{N}_u^l(|i-k|\tau), & i \neq k, \end{cases} \quad (23)$$

$$N_{i,k}^{l,v} = \begin{cases} \hat{N}_v^l(0), & i = k; \\ \hat{N}_v^l(|i-k|\tau), & i \neq k, \end{cases}$$

а матриці взаємної МСВ $\hat{N}_{uv}^h, \hat{N}_{vu}^h$ визначаються як косо-симетричні матриці:

$$\hat{N}_{uv}^h = \left\| \hat{N}_{i,k}^{h,uv} \right\|; \quad \hat{N}_{vu}^h = \left\| \hat{N}_{i,k}^{h,vu} \right\|; \quad (24)$$

$$\hat{N}_{i,k}^{h,uv} = \begin{cases} \hat{N}_{uv}^h(0), & i = k; \\ \hat{N}_{uv}^h(|i-k| \tau), & i > k; \\ -\hat{N}_{uv}^h(|i-k| \tau), & i < k, \end{cases} \quad (25)$$

$$\hat{N}_{i,k}^{h,vu} = \begin{cases} \hat{N}_{vu}^h(0), & i = k; \\ \hat{N}_{vu}^h(|i-k| \tau), & i > k; \\ -\hat{N}_{vu}^h(|i-k| \tau), & i < k, \end{cases}$$

$$\hat{N}_{i,k}^{h,uv} = -\hat{N}_{k,i}^{h,uv}; \quad \hat{N}_{i,k}^{h,vu} = -\hat{N}_{k,i}^{h,vu},$$

$$\tau = L / K; \quad L \ll N; \quad i = 0, 1, \dots, K - 1; \quad k = 0, 1, \dots, K - 1.$$

Співвідношення (18)...(25) становлять основу для спектрального оцінювання за допомогою алгоритмів L -групи, побудованих на матриці МСВ (4). Ці ж співвідношення можуть бути використані при одержанні інших алгоритмів обробки сигналів в L -групі, відомі аналоги яких у лінійному просторі сигналів суттєво спіраються на використання кореляційних матриць спостережуваних сигналів.

Спектральне оцінювання за методом мінімальної дисперсії на основі оцінки матриці міри статистичного взаємозв'язку

Спектральна оцінка мінімальної дисперсії (MV) була введена у роботі [27] для розв'язання задачі просторово-часового аналізу багатомірних сигналів в антенних решітках. MV-оцінка не є дійсною функцією СЩП, оскільки не характеризує повну потужність спостережуваного випадкового процесу. MV-оцінку можна вважати спектральною оцінкою в тому розумінні, що вона описує відносні інтенсивності компонентів частотного спектра.

Спектральна MV-оцінка $\hat{P}_{MV}(f)$ визначається виразом (див., наприклад, [18;(12.1)]):

$$\hat{P}_{MV}(f) = \frac{\Delta t}{\mathbf{e}(f)^T \hat{\mathbf{R}}_x^{-1} \mathbf{e}(f)}, \quad (26)$$

$$\mathbf{e}(f)^T = [1, \dots, \exp(j2\pi f \cdot k \Delta t), \dots, \exp(j2\pi f \cdot (K-1)\Delta t)] \quad (27)$$

де Δt – інтервал дискретизації вихідного безперервного випадкового процесу $x(t)$; f – дискретний параметр частоти; $\hat{\mathbf{R}}_x$ – оцінка АКМ комплексного дискретного випадкового сигналу $x(i)$ (13); $\mathbf{e}(f)$ – вектор комплексних гармонік: $\mathbf{e}(f) = [\exp(j2\pi f \cdot k \Delta t), k = 0, 1, \dots, K - 1; \overline{\mathbf{e}(f)}^T$ – транспонований вектор, комплексно-сполучений вихідному $\mathbf{e}(f)$.

За аналогією із MV-оцінкою (20) можна отримати MV-оцінку гіперспектральної щільності (ГСЩ) $\hat{H}_{MV}^h(f)$, побудовану на мірі статистичного взаємозв'язку (МСВ) (6) відповідно, яка визначається співвідношенням наступного виду:

$$\hat{H}_{MV}^h(f) = \frac{\Delta t}{\mathbf{e}(f)^T \hat{\mathbf{N}}_{x,l}^{-1} \mathbf{e}(f)}, \quad (28)$$

де $\hat{\mathbf{N}}_{x,l}$ – оцінка матриці МСВ комплексного дискретного випадкового сигналу $x(i)$, яка обумовлена співвідношенням (21); $\mathbf{e}(f)$ – вектор комплексних гармонік, обумовлений формулою (27).

Одержавши алгоритм (28) обчислення MV-оцінки ГСЩ $\hat{H}_{MV}^h(f)$, яка заснована на мірі статистичного взаємозв'язку (МСВ) (6), необхідно, по-перше, з'ясувати, наскільки близьким він виявляється до MV-оцінки (26), а, по-друге, чи можливо його застосовувати для оцінювання спектрального складу суміші гармонійних сигналів із шумом. Роботу алгоритмів (26) і (28) проілюструємо наступним прикладом.

Приклад 1. Нехай є адитивна суміш $x(i)$ M комплексних дискретних гармонійних сигналів, спостережуваних на фоні комплексного квазібілого гауссівського шуму $n(i)$ з нульовим середнім:

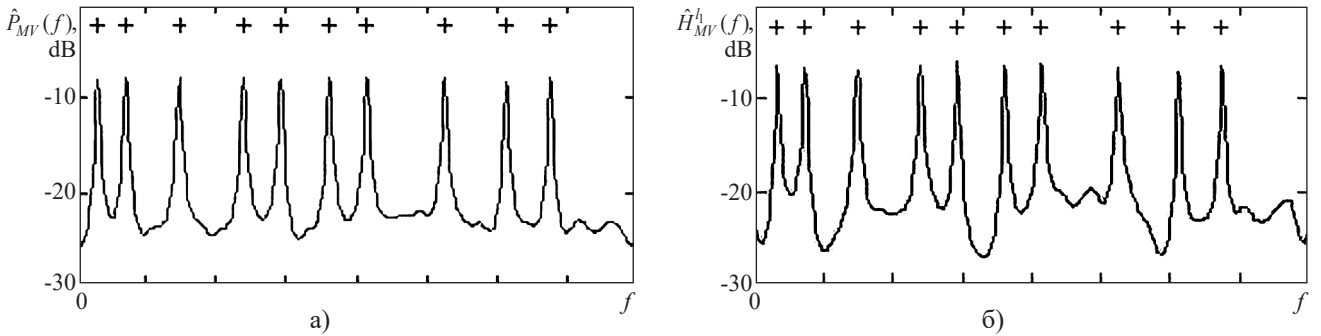
$$x(i) = \sum_{l=1}^M s_l(i) + n(i) = \sum_{l=1}^M A_l \exp[j2\pi f_l \cdot i + \phi_l] + n(i), \quad (29)$$

де $i = 0, 1, \dots, N - 1$; $A_l = \text{const}, f_l = \text{const}, \phi_l$ – випадкова початкова фаза, рівномірно розподілена на інтервалі $\phi_l \in [0, 2\pi]$; $n(i) = n_c(i) + j \cdot n_s(i)$; $\mathbf{M}\{n_c^2(i)\} = \mathbf{M}\{n_s^2(i)\} = D_n / 2$, $\mathbf{M}\{*\}$ – символ математичного очікування; D_n – дисперсія квазібілого гауссівського шуму $n(i)$ з нульовим середнім.

У розглянутому прикладі амплітуди гармонік обрані рівними $A_l = A$, причому забезпечуються співвідношення: $A^2 / 2 = D_n$, D_n – дисперсія шуму $n(i)$; $F_n > 2 \max\{f_l\}$, де F_n – верхня гранична частота СЩП квазібілого гауссівського шуму $n(i)$, $M = 10$. Число відліків N випадкового процесу $x(i)$, використовуваних при формуванні оцінки АКФ (8), а також оцінок (18), (19) рівно $N = 1023$. Максимальний індекс L часового зсуву $m \leq L$, що фігурує в оцінці АКМ (13), а також в оцінці матриці МСВ (21), брався рівним $L = 128$. Розмірність K матриці МСВ $\hat{\mathbf{N}}_{x,l}$ (21) і АКМ $\hat{\mathbf{R}}_x$ (13) обрана рівною $K = 32$.

На рис. 1а показана реалізація MV-оцінки СЩП $\hat{P}_{MV}(f)$ суміші $x(i)$ (29), отримана в результаті обчислення співвідношення (26) для вихідної ситуації, описаної вище. Дійсні положення частот гармонійних сигналів із суміші (29) показані знаком «+».

На рис. 1б показана реалізація MV-оцінки ГСЩ $\hat{H}_{MV}^h(f)$ (28) сигналу $x(i)$ (29) відповідно для вихідної ситуації, описаної вище. Дійсні положення частот гармонійних сигналів (29) показані знаком «+». Коефіцієнт кореляції між оцінкою ГСЩ $\hat{H}_{MV}^h(f)$ (28) і MV-оцінкою СЩП $\hat{P}_{MV}(f)$ (26) дорівнював: $r[\hat{H}_{MV}^h(f), \hat{P}_{MV}(f)] = 0.993$, у той час як коефіцієнт кореляції між оцінкою МСВ $\hat{\mathbf{N}}_{x,l}$ (21) і оцінкою АКМ $\hat{\mathbf{R}}_x$ (13) складав величину: $r[\hat{\mathbf{N}}_{x,l}, \hat{\mathbf{R}}_x] = 0.998$, що говорить про високий ступінь відповідності результатів, отриманих у лінійному просторі (рис. 1а) і в просторі сигналів із l_1 -метрикою (рис. 1б), що пояснюється великим ступенем ідентичності оцінки матриці МСВ $\hat{\mathbf{N}}_{x,l}$ (21) і оцінки АКМ $\hat{\mathbf{R}}_x$ (13).

Рис. 1. Реалізації MV-оцінок: а) СЦП $\hat{P}_{MV}(f)$; б) ГСЦ $\hat{H}_{MV}^h(f)$

Метод спектрального аналізу на основі власних векторів оцінки кореляційної матриці

Один із класів методів спектрального оцінювання, заснований на аналізі власних векторів АКМ, описується в літературі як група методів, що забезпечують кращі характеристики розрізнення та оцінювання частоти, чим авторегресійні методи та метод Проні. Ключовою ідеєю в цих методах є розподіл інформації, що міститься в АКМ, на два підпростори – підпростору сигналів і підпростору шуму.

До класу методів спектрального оцінювання, заснованих на аналізі власних векторів оцінки АКМ, належать метод власних векторів [28], метод MUSIC [29], метод мінімальної норми [30] і метод ESPRIT [31, 32]. Оцінки, одержувані за допомогою цих методів, не є дійсними оцінками СЦП, оскільки вони не характеризують потужність спостережуваного випадкового процесу, проте вони дозволяють отримати квазі-оцінку СЦП із гарними показниками точності та розрізнення.

Повернемося до розгляду моделі адитивної взаємодії M комплексних гармонік на фоні комплексного гаусівського шуму (29), яка у векторній формі може бути записана в наступному виді:

$$\mathbf{x} = \sum_{l=1}^M \mathbf{s}_l + \mathbf{n}, \quad (30)$$

де вектори сигналів представлені своїми відліками:

$$\mathbf{x} = [x(i)], \mathbf{s}_l = [s_l(i)], \mathbf{n} = [n(i)], i = 0, 1, \dots, N-1.$$

Тоді $K-1-M$ власних векторів $\mathbf{v}_M, \dots, \mathbf{v}_{K-1}$ підпростору шуму АКМ $\hat{\mathbf{R}}_x$ (13) будуть ортогональні векторам гармонійних сигналів $\{\mathbf{s}_l\}$ на відповідних частотах, тому лінійна комбінація дорівнює нулю:

$$\overline{\mathbf{e}(f_i)}^T \left(\sum_{k=M}^{K-1} \alpha_k \mathbf{v}_k \overline{\mathbf{v}_k}^T \right) \mathbf{e}(f_i) = 0, \quad (31)$$

$$\mathbf{e}(f)^T = [1, \dots, \exp(j2\pi f \cdot k\Delta t), \dots, \exp(j2\pi f \cdot (K-1)\Delta t)], \quad (32)$$

де f_i – частота сигналу \mathbf{s}_l : $s_l(i) = A_l \exp[j2\pi f_l \cdot i + \varphi_l]$ (див. (29)); $\{\alpha_k\}$ – довільні постійні; $k=0, \dots, K-1$.

Це значить, що функція оцінки виду:

$$\hat{P}(f) = \frac{1}{\overline{\mathbf{e}(f)}^T \left(\sum_{k=M}^{K-1} \alpha_k \mathbf{v}_k \overline{\mathbf{v}_k}^T \right) \mathbf{e}(f)}, \quad (33)$$

приймає нескінченні значення на частоті $f = f_i$ одного з гармонійних сигналів (29). На практиці, через вплив

шуму функція (33) буде приймати на частотах $f = f_i$ кінцеві значення, маючи досить гострі піки. Оцінки виду (33) не є оцінками дійсної СЦП, а являють собою квазі-оцінки, корисні для оцінювання частот гармонійних або вузькосмугових компонент результуючої адитивної суміші виду (30).

Спектральне оцінювання за методом власних векторів на основі оцінки матриці міри статистичного взаємозв'язку

Враховуючи відоме розкладання ермітової матриці (АКМ) $\hat{\mathbf{R}}_x$ по власних векторах $\{\mathbf{v}_k\}$ і власним значенням $\{\lambda_k\}$ (див., наприклад, [18; (3.86), (3.88)]):

$$\hat{\mathbf{R}}_x = \sum_{k=0}^{K-1} \lambda_k \mathbf{v}_k \overline{\mathbf{v}_k}^T, \quad \hat{\mathbf{R}}_x^{-1} = \sum_{k=0}^{K-1} \frac{1}{\lambda_k} \mathbf{v}_k \overline{\mathbf{v}_k}^T,$$

проводячи паралель із MV-оцінкою $\hat{P}_{MV}(f)$ (26) і вважаючи у формулі (33) $\alpha_k = 1/\lambda_k$, отримаємо спектральну EV-оцінку, побудовану на власних векторах з урахуванням власних значень АКМ $\hat{\mathbf{R}}_x$ (13):

$$\hat{P}_{EV}(f) = \frac{1}{\overline{\mathbf{e}(f)}^T \left(\sum_{k=M}^{K-1} \frac{1}{\lambda_k} \mathbf{v}_k \overline{\mathbf{v}_k}^T \right) \mathbf{e}(f)}, \quad (34)$$

де, нагадаємо, $\mathbf{e}(f)$ – вектор комплексних гармонік, обумовлений формулою (32); M – число гармонійних сигналів у спостережуваній адитивній суміші (29); $K \times K$ – розмірність АКМ $\hat{\mathbf{R}}_x$.

За аналогією зі EV-оцінкою (34) можна отримати EV-оцінку ГСЦ $\hat{H}_{EV}^h(f)$, побудовану на мірі статистичного взаємозв'язку (МСВ) (6), яка визначається співвідношенням наступного виду:

$$\hat{H}_{EV}^h(f) = \frac{1}{\overline{\mathbf{e}(f)}^T \left(\sum_{k=M}^{K-1} \frac{1}{\rho_k^s} \mathbf{u}_k^s \overline{\mathbf{u}_k^s}^T \right) \mathbf{e}(f)}, \quad (35)$$

де $\{\mathbf{u}_k^s\}$, $\{\rho_k^s\}$ – власні вектора та власні значення оцінки матриці МСВ $\hat{\mathbf{N}}_{x,l_1}$ (21) відповідно; $\mathbf{e}(f)$ – вектор комплексних гармонік, обумовлений формулою (32); M – число гармонійних сигналів у спостережуваній адитивній суміші (29); $K \times K$ – розмірність матриці МСВ.

Одержавши алгоритм (35) обчислення EV-оцінки ГСЦ $\hat{H}_{EV}^h(f)$, яка заснована на мірі статистичного взаємозв'язку (МСВ) (6), необхідно, по-перше, з'ясувати, наскільки близьким він виявляється до EV-оцінки (34), а, по-друге, чи можливо його застосовувати для

оцінювання спектрального складу суміші гармонійних сигналів із шумом. Роботу алгоритму (35) проілюструємо наступним прикладом.

Приклад 2. Нехай є адитивна суміш $x(i)$ M комплексних дискретних гармонійних сигналів, спостережуваних на фоні комплексного квазібілого гауссівського шуму $n(i)$ з нульовим середнім (29).

У розглянутому прикладі умови та вихідні дані проведення статистичного моделювання на ПЕОМ повністю відповідають умовам та вихідним даним, зазначеним в Прикладі 1.

На рис. 2а показана реалізація EV-оцінки СЦП $\hat{P}_{EV}(f)$ суміші $x(i)$ (29), отримана в результаті обчислення співвідношення (34) для вихідної ситуації, описаної вище. Дійсні положення частот гармонійних сигналів із суміші (29) показані знаком «+».

На рис. 2б показана реалізація EV-оцінки ГСЦ $\hat{H}_{EV}^h(f)$ (35) сигналу $x(i)$ (29), для вихідної ситуації, описаної вище. Дійсні положення частот гармонійних сигналів (29), показані знаком «+». Коефіцієнт кореляції між ГСЦ $\hat{H}_{EV}^h(f)$ (35) і EV-оцінкою СЦП $\hat{P}_{EV}(f)$ (34) дорівнював: $r[\hat{H}_{EV}^h(f), \hat{P}_{EV}(f)] = 0.596$, що пояснюється незначним рівнем лінійних статистичних зв'язків між результатами обробки, у той час як коефіцієнт кореляції між оцінкою МСВ \hat{N}_{x,l_1} (21) і оцінкою АКМ \hat{R}_x (13) складав величину: $r[\hat{N}_{x,l_1}, \hat{R}_x] = 0.998$ відповідно. Останнє співвідношення говорить про високий ступінь відповідності результатів, отриманих у лінійному просторі і в просторі сигналів із l_1 -метрикою.

Спектральне оцінювання за методом MUSIC

Враховуючи відоме розкладання ермітової матриці (АКМ) \hat{R}_x по власних векторах $\{v_k\}$ і власним значенням $\{\lambda_k\}$ (див., наприклад, [18; (3.86),(3.88)]), а також проводячи паралель із MV-оцінкою $\hat{P}_{MV}(f)$ (26) і вважаючи у формулі (33) $\alpha_k = 1$ для $\forall k$, отримаємо спектральну MUSIC-оцінку $\hat{P}_{MUSIC}(f)$, побудовану на власних векторах з урахуванням власних значень АКМ \hat{R}_x (13):

$$\hat{P}_{MUSIC}(f) = \frac{1}{\mathbf{e}(f)^T \left(\sum_{k=M}^{K-1} v_k \bar{v}_k^T \right) \mathbf{e}(f)} = \frac{1}{\mathbf{e}(f)^T (\mathbf{V}' \bar{\mathbf{V}}'^T) \mathbf{e}(f)}, \quad (36)$$

де, нагадаємо, $\mathbf{e}(f)$ – вектор комплексних гармонік, обумовлений формулою (32); M – число гармонійних

сигналів у спостережуваній адитивній суміші (29); $K \times K$ – розмірність АКМ \hat{R}_x ; \mathbf{V}' – матриця, пов'язана з підпростором шуму, отримана в результаті усікання матриці $\mathbf{V} = \|\mathbf{v}_0, \mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_{K-1}\|$ розмірності $K \times K$, складеної із власних векторів $\{v_k\}$ оцінки АКМ \hat{R}_x (13) адитивної суміші (29):

$$\mathbf{V}' = \text{submatrix}(\mathbf{V}, 0, K-1, M, K-1) = \|\mathbf{v}'_M, \mathbf{v}'_{M+1}, \dots, \mathbf{v}'_{K-1}\|, \quad (37)$$

де $\text{submatrix}(\mathbf{A}, r_i, r_j, c_i, c_j)$ – функція добування з вихідної матриці \mathbf{A} підматриці, що містить елементи в рядках з r_i по r_j та стовпцях з c_i по c_j ; матриця власних векторів $\mathbf{V} = \|\mathbf{v}_{i,k}\|$ має розмірність $K \times K$, $i = 0, \dots, K-1$, $k = 0, \dots, K-1$; матриця $\mathbf{V}' = \|\mathbf{v}'_M, \mathbf{v}'_{M+1}, \dots, \mathbf{v}'_{K-1}\|$ має розмірність $K \times K - M$; M – очікувана кількість гармонійних сигналів у суміші (29), $M < K$.

За аналогією з MUSIC-оцінкою (36) можна отримати MUSIC-оцінку ГСЦ $\hat{H}_{MUSIC}^h(f)$, побудовану на мірі статистичного взаємозв'язку (МСВ) (6), яка визначається співвідношенням наступного виду:

$$\hat{H}_{MUSIC}^h(f) = \frac{1}{\mathbf{e}(f)^T \left(\sum_{k=M}^{K-1} \mathbf{u}'_k \bar{\mathbf{u}'_k}^T \right) \mathbf{e}(f)} = \frac{1}{\mathbf{e}(f)^T (\mathbf{U}'_l \bar{\mathbf{U}'_l}^T) \mathbf{e}(f)}, \quad (38)$$

де $\{\mathbf{u}'_k\}$ – власні вектора оцінки матриці МСВ \hat{N}_{x,l_1} (21) відповідно; $\mathbf{e}(f)$ – вектор комплексних гармонік, обумовлений формулою (32); M – число гармонійних сигналів у спостережуваній адитивній суміші (29); $K \times K$ – розмірність матриці МСВ \hat{N}_{x,l_1} ; \mathbf{U}'_l – матриця підпростору шуму розмірності $K \times K - M$, отримана усіканням матриці $\mathbf{U}_l = \|\mathbf{u}_{l,0}, \mathbf{u}_{l,1}, \dots, \mathbf{u}_{l,K-1}\|$, складеної із власних векторів оцінки матриці МСВ \hat{N}_{x,l_1} (21):

$$\mathbf{U}'_l = \text{submatrix}(\mathbf{U}_l, 0, K-1, M, K-1) = \|\mathbf{u}'_{l,M}, \mathbf{u}'_{l,M+1}, \dots, \mathbf{u}'_{l,K-1}\|$$

Одержавши алгоритм (38) обчислення MUSIC-оцінки ГСЦ $\hat{H}_{MUSIC}^h(f)$, яка заснована на мірі статистичного взаємозв'язку (МСВ) (4), необхідно, по-перше, з'ясувати, наскільки близьким він виявляється до MUSIC-оцінки (36), а, по-друге, чи можливо його застосовувати для оцінювання спектрального складу суміші гармонійних

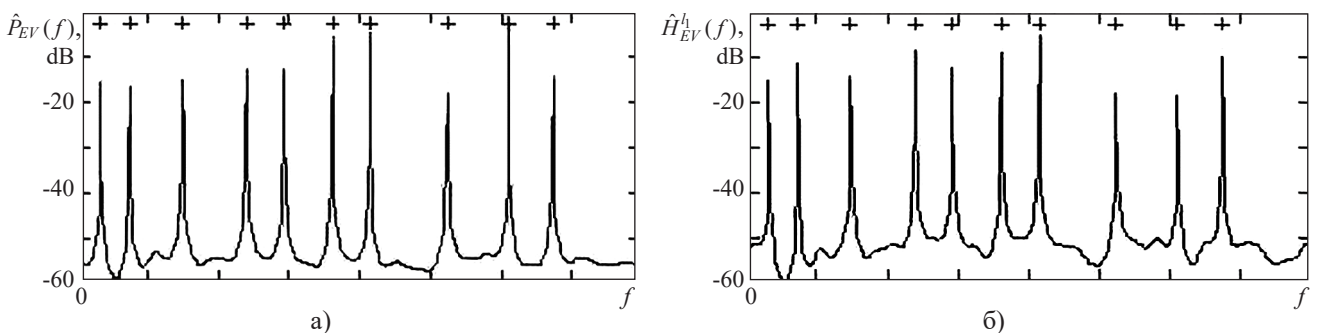


Рис. 2. Реалізації EV-оцінок: а) СЦП $\hat{P}_{EV}(f)$; б) ГСЦ $\hat{H}_{EV}^h(f)$

сигналів із шумом. Роботу алгоритму (38) проілюструємо наступним прикладом.

Приклад 3. Нехай є адитивна суміш $x(i)$ M комплексних дискретних гармонійних сигналів, спостережуваних на фоні комплексного квазібілого гауссівського шуму $n(i)$ з нульовим середнім (29).

У розглянутому прикладі умови та вихідні дані проведення статистичного моделювання на ПЕОМ повністю відповідають умовам та вихідним даним, зазначеним в Прикладі 1.

На рис. 3а показана реалізація MUSIC-оцінки СЦП $\hat{P}_{MUSIC}(f)$ суміші $x(i)$ (29), отримана в результаті обчислення співвідношення (36) для вихідної ситуації, описаної вище. Дійсні положення частот гармонійних сигналів із суміші (29) показані знаком «+».

На рис. 3б показані реалізації MUSIC-оцінки ГСЦ $\hat{H}_{MUSIC}^h(f)$ (38) сигналу $x(i)$ (29) відповідно, для вихідної ситуації, описаної вище. Дійсні положення частот гармонійних сигналів (29) показані знаком «+». Коефіцієнт кореляції між ГСЦ $\hat{H}_{MUSIC}^h(f)$ (38) і MUSIC-оцінкою СЦП $\hat{P}_{MUSIC}(f)$ (36) дорівнював $r[\hat{H}_{MUSIC}^h(f), \hat{P}_{MUSIC}(f)] = 0.65$, що пояснюється незначним рівнем лінійних статистичних зв'язків між результатами обробки, у той час як коефіцієнт кореляції між оцінкою МСВ \hat{N}_{x,l_1} (21) і оцінкою АКМ \hat{R}_x (13) складав величину: $r[\hat{N}_{x,l_1}, \hat{R}_x] = 0.998$.

Спектральне оцінювання за методом мінімальної норми

Спектральне оцінювання по методу мінімальної норми [30], так само як і метод MUSIC, передбачає використання інформації, яка міститься в результаті \mathbf{V}' усикання матриці $\mathbf{V} = \|\mathbf{v}_0, \mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_{K-1}\|$ розмірності $K \times K$, складеної із власних векторів $\{\mathbf{v}_k\}$ оцінки АКМ \hat{R}_x (13) адитивної суміші (29):

$$\mathbf{V}' = \text{submatrix}(\mathbf{V}, 0, K-1, M, K-1) = \|\mathbf{v}'_M, \mathbf{v}'_{M+1}, \dots, \mathbf{v}'_{K-1}\|, \quad (39)$$

де $\text{submatrix}(\mathbf{A}, r_i, r_j, c_i, c_j)$ – функція витягу з вихідної матриці \mathbf{A} підматриці, що містить елементи в рядках з r_i по r_j та стовпцях з c_i по c_j ; матриця власних векторів $\mathbf{V} = \|\mathbf{v}_{i,k}\|$ має розмірність $K \times K$, $i = 0, \dots, K-1$, $k = 0, \dots, K-1$; матриця $\mathbf{V}' = \|\mathbf{v}'_M, \mathbf{v}'_{M+1}, \dots, \mathbf{v}'_{K-1}\|$ має розмірність $K \times K - M$; M – очікувана кількість гармонійних сигналів у суміші (29), $M < K$.

Матрицю \mathbf{V}' зв'язують із підпростором шуму, у якому вектор \mathbf{d} , побудований на основі матриці \mathbf{V}' :

$$\mathbf{d} = \frac{\mathbf{V}' \cdot \bar{\mathbf{c}}^T}{\bar{\mathbf{c}}^T \mathbf{c}}, \quad (40)$$

де \mathbf{c} – вектор, складений з верхнього рядка матриці \mathbf{V}' :

$$\mathbf{c} = [\text{submatrix}(\mathbf{V}', 0, 0, 0, K - M - 1)]^T, \quad (41)$$

має найменшу норму: $\|\mathbf{d}\|^2 = \sum_{i=0}^{K-M-1} d_i^2 \rightarrow \min$.

Тоді спектральна оцінка $\hat{P}_{MN}(f)$, отримана по методу найменшої норми, має вигляд:

$$\hat{P}_{MN}(f) = \frac{1}{\mathbf{e}(f)^T (\mathbf{d} \cdot \bar{\mathbf{d}}^T) \mathbf{e}(f)}, \quad (42)$$

де, нагадаємо, $\mathbf{e}(f)$ – вектор комплексних гармонік, аналогічний (63а), але іншої розмірності:

$$\mathbf{e}(f)^T = [1, \dots, \exp(j2\pi f \cdot k\Delta t), \dots, \exp(j2\pi f \cdot (K - M - 1)\Delta t)] \quad (43)$$

f_l – частота гармонійного сигналу s_l ; $s_l(i) = A_l \exp[j2\pi f_l \cdot i + \varphi_l]$ (див. (29)); M – число гармонійних сигналів у спостережуваній адитивній суміші (29); $K \times K$ – розмірність АКМ \hat{R}_x (13).

За аналогією із MN-оцінкою (42) можна отримати MN-оцінку ГСЦ $\hat{H}_{MN}^h(f)$, побудовану на мірі статистичного взаємозв'язку (МСВ) (4), яка визначається співвідношеннями наступного виду:

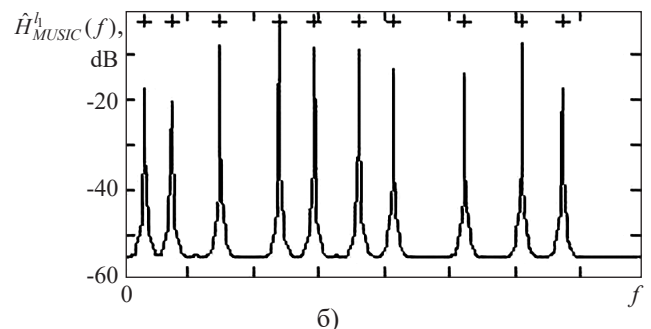
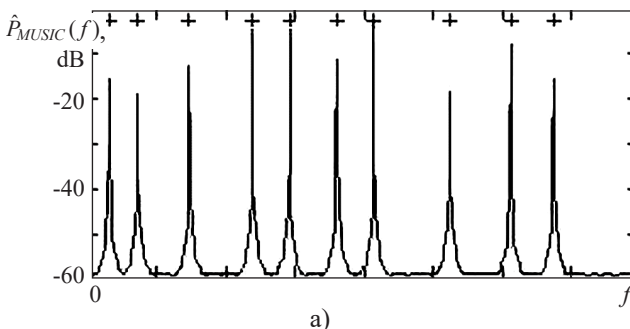
$$\hat{H}_{MN}^h(f) = \frac{1}{\mathbf{e}(f)^T (\mathbf{g}_l \bar{\mathbf{g}}_l^T) \mathbf{e}(f)}; \quad (44)$$

$$\mathbf{g}_l = \frac{\mathbf{U}' \cdot \bar{\mathbf{a}}_l^T}{\bar{\mathbf{a}}_l^T \mathbf{a}_l}; \quad (45)$$

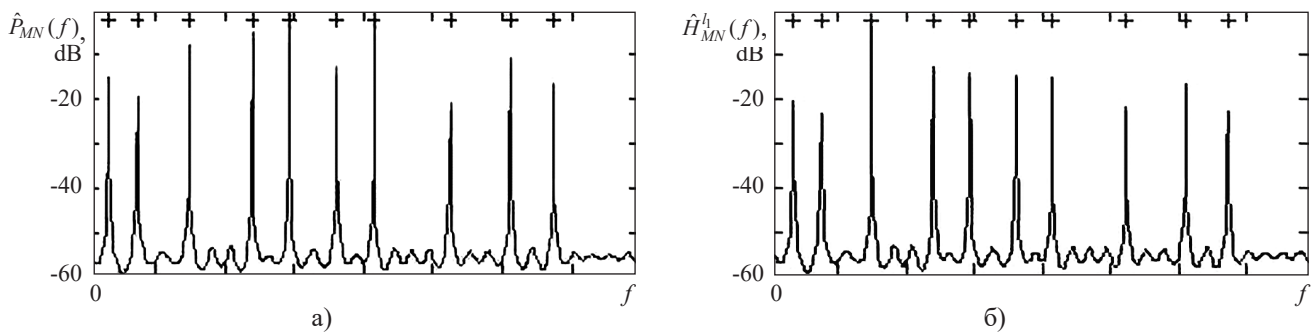
$$\mathbf{a}_l = [\text{submatrix}(\mathbf{U}'_l, 0, 0, 0, K - M - 1)]^T; \quad (46)$$

$$\mathbf{U}'_l = \text{submatrix}(\mathbf{U}_l, 0, K - 1, M, K - 1) = \|\mathbf{u}'_{l,M}, \mathbf{u}'_{l,M+1}, \dots, \mathbf{u}'_{l,K-1}\| \quad (47)$$

де $\mathbf{U}_l = \|\mathbf{u}_{l,0}, \mathbf{u}_{l,1}, \dots, \mathbf{u}_{l,K-1}\|$ – матриця, складена із власних векторів оцінок матриці МСВ \hat{N}_{x,l_1} (21); \mathbf{U}'_l – матриця підпростору шуму розмірності $K \times K - M$, отримана усиканням матриці \mathbf{U}_l ; \mathbf{a}_l – вектор, складений з верхнього рядка матриці \mathbf{U}'_l ; \mathbf{g}_l – вектор з мінімальною нормою,



Р и с . 3. Реалізації MUSIC-оцінок: а) СЦП $\hat{P}_{MUSIC}(f)$; б) ГСЦ $\hat{H}_{MUSIC}^h(f)$

Рис. 4. Реалізації MN-оцінок: а) СЦП $\hat{P}_{MN}^h(f)$; б) ГСЦ $\hat{H}_{MN}^h(f)$

побудований на основі матриці \mathbf{U}'_h ; $\mathbf{e}(f)$ – вектор комплексних гармонік, обумовлений формулою (43); M – число гармонійних сигналів у спостережуваній адитивній суміші (30); $K \times K$ – розмірність матриці МСВ $\hat{\mathbf{N}}_{x,l_1}$.

Одержавши алгоритм (44) обчислення MN-оцінки ГСЦ $\hat{H}_{MN}^h(f)$, яка заснована на мірі статистичного взаємозв'язку (МСВ) (4), необхідно, по-перше, з'ясувати, наскільки близьким він виявляється до MN-оцінки (42), а, по-друге, чи можливо його застосовувати для оцінювання спектрального складу суміші гармонійних сигналів із шумом. Роботу алгоритму (44) проілюструємо наступним прикладом.

Приклад 4. Нехай є адитивна суміш $x(i)$ M комплексних дискретних гармонійних сигналів, спостережуваних на фоні комплексного квазібілого гауссівського шуму $n(i)$ з нульовим середнім (29). У розглянутому прикладі умови та вихідні дані проведення статистичного моделювання на ПЕОМ повністю відповідають умовам та вихідним даним, зазначеним в Прикладі 1.

На рис. 4а показана реалізація MN-оцінки СЦП $\hat{P}_{MN}^h(f)$ суміші $x(i)$ (29), отримана в результаті обчислення співвідношення (42) для вихідної ситуації, описаної вище. Дійсні положення частот гармонійних сигналів із суміші (29) показані знаком «+».

На рис. 4б показана реалізація MN-оцінки ГСЦ $\hat{H}_{MN}^h(f)$ (44) сигналу $x(i)$ (29), для вихідної ситуації, описаної вище. Дійсні положення частот гармонійних сигналів (29) показані знаком «+». Коефіцієнт кореляції між ГСЦ $\hat{H}_{MN}^h(f)$ (44) і MN-оцінкою СЦП $\hat{P}_{MN}^h(f)$ (42) дорівнював: $r[\hat{H}_{MN}^h(f), \hat{P}_{MN}^h(f)] = 0.148$, що пояснюється незначним рівнем лінійних статистичних зв'язків між результатами обробки, у той час як коефіцієнт кореляції між оцінкою МСВ $\hat{\mathbf{N}}_{x,l_1}$ (21) і оцінкою АКМ $\hat{\mathbf{R}}_x$ (13) складав величину: $r[\hat{\mathbf{N}}_{x,l_1}, \hat{\mathbf{R}}_x] = 0.998$.

ВИСНОВКИ

1. Сучасні методи спектрального аналізу та оцінювання сигналів дозволяють суттєво підвищити можливості пасивних гідроакустичних систем виявлення стосовно точності вимірювання спектральних компонент сигналів, визначення координат джерел гідроакустичних випромінювань, а також якості їх розпізнавання.

2. Методи спектрального аналізу та оцінювання гідроакустичних сигналів, засновані на використанні обробки сигналів у просторі із l_1 -метрикою, трохи поступаються в енергетичному плані відомим аналогам, побудованим на використанні лінійних просторів сигналів (~ 2 дБ

при забезпеченні тієї ж точності в умовах впливу перешкоджаючих сигналів (шумів) з нормальним розподілом ймовірностей). Характеристики роздільної здатності по частоті алгоритмів двох типів є однаковими.

3. Методи спектрального аналізу та оцінювання гідроакустичних сигналів, засновані на використанні обробки сигналів у просторі із l_1 -метрикою та врахуванні нелінійних статистичних взаємозв'язків між відліками дискретних сигналів, на відміну від їхніх лінійних аналогів, що використовують лінійні кореляційні зв'язки між відліками у просторі з l_2 -метрикою, характеризуються більш високою швидкістю обробки, що обумовлене відмовою від використання операцій множення в основній частині обчислювань. Ця обставина є безумовною перевагою при організації обчислень, по-перше, у системах, що не мають значних обчислювальних ресурсів, а по-друге, у системах, де потрібна значна швидкість обчислень. Крім того, розроблені алгоритми, у порівнянні із відомими, є більш стійкими до впливу негауссівських шумів, при цьому в умовах впливу шумів з більш важкими «хвостами» розподілів вони забезпечують кращі точності спектрального оцінювання при однакових співвідношеннях сигнал-шум.

СПИСОК ПОСИЛАНЬ

1. Marage, J.P. & Mori, Y. (2010). *Sonar and Underwater Acoustics*. Wiley. 608 p.
2. Parkhomenko, Y., Lastivka, H. & Lastivka, O. (2023). Model of Hydroacoustic Signal Synthesis Using Neural Networks. *SISIOT J.* Vol. 1, 2. Pp. 1–5.
3. Liss, A.R. & Ryzhikov, A.V. (2016). Signal processing systems in hydroacoustic stations and complexes. *Gidroakustika*. № 27. Pp. 38–47.
4. Guo, T., Song, Y., Kong, Z., Lim, E., Lopez-Benitez, M., Ma, F. & Yu, L. (2022). Underwater Target Detection and Localization with Feature Map and CNN-Based Classification. In *Proc. of the 2022 4th Intern. Conf. on Advances in Computer Technology, Information Science and Communications (CTISC)*. Suzhou, China. Pp. 1–8.
5. Seletkov, V.L. (2008). Methods of spectral identification of hydroacoustic signals. *Radioelectronics and Communications Systems*. № 51 (6). Pp. 335–338.
6. Das, A., Kumar, A. & Bahl, R. (2013). Marine vessel classification based on passive sonar data: the cepstrum-based approach. *IET Radar Sonar Navig.* № 7. Pp. 87–93.
7. Cho, H., Gu, J. & Yu, S.C. (2015). Robust sonar-based underwater object recognition against angle-of-view variation// *IEEE Sens. J.*, 16. pp. 1013–1025.

8. Zhao, Y., Yu, H., Wei, G., Ji, F. & Chen, F. (2016). Parameter estimation of wideband underwater acoustic multipath channels based on fractional Fourier transform. *IEEE Trans. Signal Processing*. № 64. Pp. 5396–5408.
9. Wu, H., Song, Q. & Jin, G. (2020). Underwater acoustic signal analysis: Preprocessing and classification by deep learning. *Neural Netw. World*. № 30. Pp. 85–96.
10. Jin, G., Liu, F., Wu, H. & Song, Q. (2020). Deep learning-based framework for expansion, recognition and classification of underwater acoustic signal. *J. Exp. Theor. Artif. Intell.* № 32. Pp. 205–218.
11. Herman, R.L. (2016). *An Introduction to Fourier Analysis*. CRC Press. 402 p.
12. Blackman, R.B. & Tukey, J.W. (1958). The measurement of power spectra from the point of view of communications engineering. *Bell Syst. Tech. J.* Vol. 33. Pp. 185–282, 485–569.
13. Jenkins, G.M. & Watts, D. G. (1965). *Spectral Analysis and Its Applications*. Holden-Day, Inc., San Francisco.
14. Koopmans, L.H. (1973). *Spectral Analysis of Time Series*. Academic Press, New York.
15. Papoulis, A. (1977). *Signal Analysis*. McGraw-Hill, New York.
16. Childers, D.G. (1978). *Modern Spectrum Analysis*. IEEE Press: New York.
17. Priestley, M.B. (1981). *Spectral Analysis and Time Series*. Academic Press, London.
18. Marple, S.L. (1987). *Digital Spectral Analysis with Applications*. Prentice Hall, Englewoods Cliffs, New Jersey.
19. Kay, S.M. (1988). *Modern Spectral Estimation, Theory and Application*. Prentice Hall, Englewoods Cliffs, New Jersey.
20. Haykin, S. (1991, 1995). *Advances in Spectrum Analysis and Array Processing*. Vol. 1, 2, 3. Prentice Hall. Englewoods Cliffs. New Jersey.
21. Naidu, P.S. (1996). *Modern Spectrum Analysis of Time Series*. CRC Press. Boca Raton, Florida.
22. Stoica, P. & Moses, R. (2005). *Spectral Analysis of Signals*. Prentice Hall, Upper Saddle River. New Jersey.
23. Bartlett, M.S. (1948). Smoothing periodograms from time series with continuous spectra. *Nature*, London. Vol. 161. Pp. 686–687.
24. Welch, P.D. (1967). Use of FFT for estimation of power spectra: a method based on time averaging over short, modified periodograms. *IEEE Trans. on Audio and Electroacoustics*. Vol. AU-15, 2. Pp. 70–73.
25. Tukey, J.W. (1949). The sampling theory of power spectrum estimates. *Proc. Symposium on Applied Autocorrelation Analysis of Physical Problems*, U.S. Office of Naval Research. Pp. 47–67.
26. Schuster, A. (1898). On the investigation of hidden periodicities with application to a supposed twenty-six-day period of meteorological phenomena. *Terr. Mag.* Vol 3. # 1. Pp. 13–41.
27. Capon, J. (1969). High-resolution frequency-wavenumber spectrum analysis. *Proc. IEEE*. Vol. 57. Pp. 1408–1418.
28. Johnson, D.H. (1982). Application of spectral estimation methods in bearing estimation problems. *Proc. IEEE*. Vol. 70. Pp. 1018–1028.
29. Schmidt, R.O. (1981). A signal subspace approach to multiple emitter location and spectral estimation. Ph.D. dissertation, Department of Electrical Engineering, Stanford University. Stanford.
30. Kumaresan, R. & Tufts, D.W. (1983). Estimating the angles of arrival of multiple plane waves. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic systems*. AES-19. Pp. 134–139.
31. Paulraj, A., Roy, R. & Kailath, T. (1986). A subspace rotation approach to signal parameter estimation// *Proceedings of IEEE* 74 (7). Pp. 1044–1046.
32. Roy, R. & Kailath, T. (1989). ESPRIT – Estimation of signal parameters via rotational invariance techniques. *IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, ASSP-37 (7). Pp. 984–995.
33. Popoff, A. (2022). *Fundamentals of Signal Processing in Generalized Metric Spaces: Algorithms and Applications*. CRC Press. 450 p.

**Nalapko O.L., Zibin S.D., Popov A.O.,
Tverdochlebov V.V.**

EXPLORING THE METHODS OF SPECTRAL ANALYSIS OF HYDRO-ACOUSTIC SIGNALS IN SPACE WITH l_1 -METRIC

We establish the main relationships characterizing both correlation and non-linear statistical interrelations between realizations of random samples in sample spaces with l_1 - and l_2 -metrics. On the basis of the obtained relationships for estimating the matrix of measure of statistical interrelation we develop instrumentation for utilizing known methods of spectral estimation (minimum variance method, eigenvector method, multiple signal classification method, minimum norm method) in signal spaces with l_1 -metric, thus, expanding their sphere of exploiting. New algorithms of hydro-acoustic signal spectral estimation have been developed. These algorithms are built on the basis of general approach based on generalized metric spaces with L -group properties. The main feature of this approach allows decreasing computational requirements to signal processing system, inasmuch as the main part of signal processing operations is fulfilled without multiplication operation, i.e. the developed algorithms of spectral analysis are «almost» multiplication-free. We accomplish the comparative analysis between the developed and known algorithms of spectral estimation. It is shown that the developed algorithms based on signal space with l_1 -metric and L -group properties provide the same resolution in frequency as the linear algorithms based on signal space with l_2 - metric do.

Keywords: *hydro-acoustic signal, spectral analysis, spectral estimation, minimum variance method, eigenvector method, multiple signal classification method, minimum norm method, l_1 -metric, sample space, signal space, signal processing.*

Відомості про авторів:**Налапко Олексій Леонідович**

доктор філософії
начальник відділу
Центральний науково-дослідний інститут озброєння
та військової техніки Збройних Сил України
м. Київ, Україна
<https://orcid.org/0000-0002-3515-2026>

Зібін Сергій Данилович

кандидат технічних наук
старший науковий співробітник
Центральний науково-дослідний інститут озброєння
та військової техніки Збройних Сил України
м. Київ, Україна
<https://orcid.org/0000-0002-9426-2380>

Попов Андрій Олексійович

кандидат технічних наук, доцент
провідний науковий співробітник
Центральний науково-дослідний інститут озброєння
та військової техніки Збройних Сил України
м. Київ, Україна
<https://orcid.org/0000-0002-8560-617X>

Твердохлібов Володимир Віталійович

кандидат технічних наук,
старший науковий співробітник,
начальник науково-дослідного управління
Центрального науково-дослідного інституту озброєння
та військової техніки Збройних Сил України
м. Київ, Україна
<https://orcid.org/0000-0002-6802-9796>

Information about the authors:**Nalapko Olexiy**

Ph.D.
Chief of Scientific Research Department of Central
Scientific Research Institute of Armament and Military
Equipment of Armed Forces of Ukraine
Kyiv, Ukraine
<https://orcid.org/0000-0002-3515-2026>

Zibin Sergey

Candidate of Technical Sciences
Senior Researcher
Central Scientific Research Institute of Armament and
Military Equipment of Armed Forces of Ukraine
Kyiv, Ukraine
<https://orcid.org/0000-0002-9426-2380>

Popov Andrey

Candidate of Technical Sciences
Associate Professor
Leading Researcher
Central Scientific Research Institute of Armament and
Military Equipment of Armed Forces of Ukraine
Kyiv, Ukraine
<https://orcid.org/0000-0002-8560-617X>

Tverdochlebov Vladimir

Candidate of Technical Sciences
Senior Researcher
Chief of Scientific Research Management of Central
Scientific Research Institute of Armament and Military
Equipment of Armed Forces of Ukraine
Kyiv, Ukraine
<https://orcid.org/0000-0002-6802-9796>

Стаття надійшла до редколегії 25.09.2024.