

УДК 623.746-519+629.7018.74

DOI: [https://doi.org/1034169/2414-0651.2024.3\(43\).74-81](https://doi.org/1034169/2414-0651.2024.3(43).74-81)

А. Л. ЗІРКА, кандидат технічних наук
<https://orcid.org/0000-0001-5304-2894>

О. О. РАССТРИГІН, доктор технічних наук,
професор
<https://orcid.org/0000-0002-1483-6111>
(Центральний науково-дослідний інститут
озброєння та військової техніки Збройних Сил
України, м. Київ)

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ РУХУ ДИНАМІЧНОЇ СИСТЕМИ ПІЛОТОВАНИЙ ЛІТАЛЬНИЙ АПАРАТ – БЕЗПІЛОТНИЙ ЛІТАЛЬНИЙ АПАРАТ У БОКОВОМУ КАНАЛІ ПРИ ПОЛЬОТАХ У ЩІЛЬНИХ БОЙОВИХ ПОРЯДКАХ

У публікації запропоновано удосконалену математичну модель бокового руху БпЛА, а також методику її реалізації для дослідження функціонування системи автоматичного керування динамічної системи пілотований літальний апарат – БпЛА («САК – БпЛА – ЛА») у боковому каналі при польотах у щільних бойових порядках.

Наведена методика розрахунку похибок при витриманні заданого інтервалу БпЛА внаслідок впливу супутнього сліду від ведучого ЛА. Для розрахунку сумарних похибок системи «САК – БпЛА – ЛА» при впливі збурених і контролюючих впливів було використано метод спектральної щільності.

Для тестування запропонованої математичної моделі досліджено динамічні властивості при оцінці впливу збурюваних факторів на БпЛА з урахуванням реакції його САК в каналі бокового керування.

Ключові слова: система автоматичного керування, безпілотний літальний апарат, польоти у щільному бойовому порядку, боковий канал.

ВСТУП

Сучасні умови ведення війни продемонстрували різноманітні можливості із асиметричних принципів протидії значно переважаючим силам противної сторони. Найбільш яскраво це демонструється під час організації авіаційної підтримки дій наземної складової за рахунок широкого застосування різноманітних безпілотних авіаційних платформ в умовах переваги противника у повітрі.

Подальші напрями розвитку авіаційної складової за таких умов слід шукати у визначенні зваженого та узгодженого процесу застосування спільних бойових порядків пілотованих та безпілотних платформ з метою підвищення ефективності спільних дій [1].

У попередніх публікаціях вже було висвітлене питання щодо удосконалення науково-методичного апарату (НМА) обґрунтування вимог до параметрів руху динамічної системи пілотований літальний апарат (ЛА) – БпЛА [2]. Обґрунтовано вибір показників та їх граничних значень для дослідження на етапі польоту БпЛА у щільних бойових порядках разом з пілотованими літаками тактичної авіації.

Дослідження та визначення параметрів руху БпЛА при польоті у щільних бойових порядках з пілотованим літаком, що веде, є складним та новим науковим завданням. Один з варіантів рішення такого завдання може ґрунтуватись на застосуванні загальних методів теорії оптимальних процесів керування.

До речі, реалізацію такого режиму польоту можна певним чином сподобити з польотом на дозаправлення літаків у повітрі, де, як свідчить досвід таких польотів [3], найбільші складнощі пов'язані з небезпекою потрапляння ЛА у супутній слід літака-заправника, а також у запобіганні імовірного їх зіткнення. У зв'язку з цим на практиці чітко регламентується значення відносної швидкості зближення літаків, інтервалу між ними, пониження, дистанції між літаками на кожному із етапів польоту на дозаправку літаків в повітрі [3–5].

Застосування БпЛА у щільних бойових порядках має набагато більше проблем, оскільки в системі відсутній льотчик, а весь процес керування в таких несприятливих умовах забезпечується виключно бортовою системою автоматичного керування (САК), яка повинна бути максимально адекватною, швидкою та надійною.

Крім того, детальний огляд досліджень з проблеми польотів БпЛА у щільних бойових порядках у відомих джерелах практично відсутній, за винятком робіт, де достатньо детально описані алгоритми керування групою БпЛА [6–9] та ін., проте відсутня інформація про дослідження взаємного впливу у щільному бойовому порядку, тому на теперішній час існує низка невирішених завдань в галузі автоматичного керування БпЛА в процесі польоту на згаданих режимах в умовах впливу турбулентності та дії супутнього сліду від ведучого ЛА.

У попередніх публікаціях було продемонстровано [2], що наявність супутнього сліду за ЛА є наслідком сходу з несучих поверхонь вихрової пелени та згортання її у парні вихрові джгути за літаком, що простягаються на значні відстані у порівнянні з лінійними розмірами самого ЛА, а тим більше веденого БпЛА. Наявність вихрових рухів в районі їх існування будуть впливати на стабільність руху, перш за все, у боковому каналі, тому витримання безпечних відстаней за фронтом та глибиною бойового порядку для забезпечення безпеки польоту стає дуже актуальним та важливим.

Мета публікації: дослідження функціонування динамічної системи «САК-БпЛА-ЛА» за допомогою удосконаленої математичної моделі бокового руху БпЛА та методики її реалізації для згаданої динамічної системи у боковому каналі у процесі польоту у щільних бойових порядках, а також дослідження динамічних властивостей під час оцінювання впливу збурюваних факторів на БпЛА з урахуванням реакції його САК в каналі бокового керування.

РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕНЬ

Відомо декілька основних методів реалізації автоматичного керування групою ЛА та БпЛА: слідування за ведучим ЛА; режим формування групи, що базується на зближенні з ведучим ЛА, або лідером; рух за віртуальним лідером [9]. У всіх цих підходах до реалізації польоту БпЛА ключовим питанням є отримання інформаційних даних щодо поведінки (просторового положення) ведучого ЛА. Для реалізації такого польоту БпЛА найбільш важливим питанням є створення надійного зв'язку та синхронізація дій з ЛА, що веде, та, можливо із іншими БпЛА, в польотному строю. На сьогодні відомі декілька методів забезпечення зв'язку і синхронізації дій елементів такої групи, зокрема такі, що ґрунтуються на використанні засобів технічного зору, а також методи, що ґрунтуються на передачі необхідних навігаційних даних радіоканалом.

Технічні засоби для здійснення такого групового польоту повинні дозволити визначити параметри їх відносного руху. Такі вимірювальні пристрої можуть базуватися на різноманітних фізичних принципах: радіо, оптичному та квантово-механічному.

Для вирішення такого завдання може бути застосована оптична система, оптична вісь якої збігається з повздовжньою віссю БпЛА (вісь OX зв'язаної системи координат $OXYZ$). У разі розташування камери в центрі ваги просторове положення веденого БпЛА по відношенню до ведучого ЛА визначатиметься двома кутами: азимутальним Ψ та кутомісним Θ [2, 9].

В рамках поставленого завдання публікації розглянемо побудову математичної моделі саме бокового руху БпЛА більш детально. Так, під впливом пульсацій швидкості на БпЛА вихрових джгутів від ведучого ЛА (рис. 1) відбуваються випадкові прирости кутів ковзання:

$$\beta_f = -\frac{V_{zf}}{V_\infty}, \quad (1)$$

де: V_{zf} – швидкість збурення по осі Z в земній системі координат;

V_∞ – швидкість не збуреного потоку в земній системі координат.

Відмітимо деякі особливості зміни кінематичних параметрів руху БпЛА в боковому каналі на етапі польоту щільним бойовим порядком.

За певних дистанцій, що відповідають польотам у щільних порядках, на БпЛА діють збурення від впливу вихрових джгутів ЛА. Внаслідок зазначеного, за рахунок пульсації швидкості у боковому каналі, має місце приріст значень $\Delta\beta_f$ та, як наслідок, БпЛА отримує додаткові значення приросту параметрів відповідних кінематичних значень $\Delta\gamma_f, \Delta\psi_f, \Delta Z_f$.

Як результат цих впливів, поздовжня лінія візування на БпЛА переміщується по осі Z , шляхом обертання на кути $\psi, \gamma, \varepsilon$. Тоді повне її переміщення за віссю Z буде дорівнювати

$$\Delta\delta_z = -(\sin\psi \cos\varepsilon - \sin\gamma \sin\varepsilon)l^*. \quad (2)$$

У зв'язку з тим, що для конкретного БпЛА значення параметра ε постійне, довжину лінії візування можна зменшити або збільшити за рахунок зміни відстані від центру тяжіння БпЛА до обрізу носової частини фюзеляжу у площині симетрії XOY . Фізична картина переміщення лінії візування (ЛВ) при переміщенні БпЛА представлена на рис. 1.

З приведенного вище рисунку можливо записати рівняння для сумарного переміщення ЛВ при збурюваннях, що діють на БпЛА, та керуючих впливах.

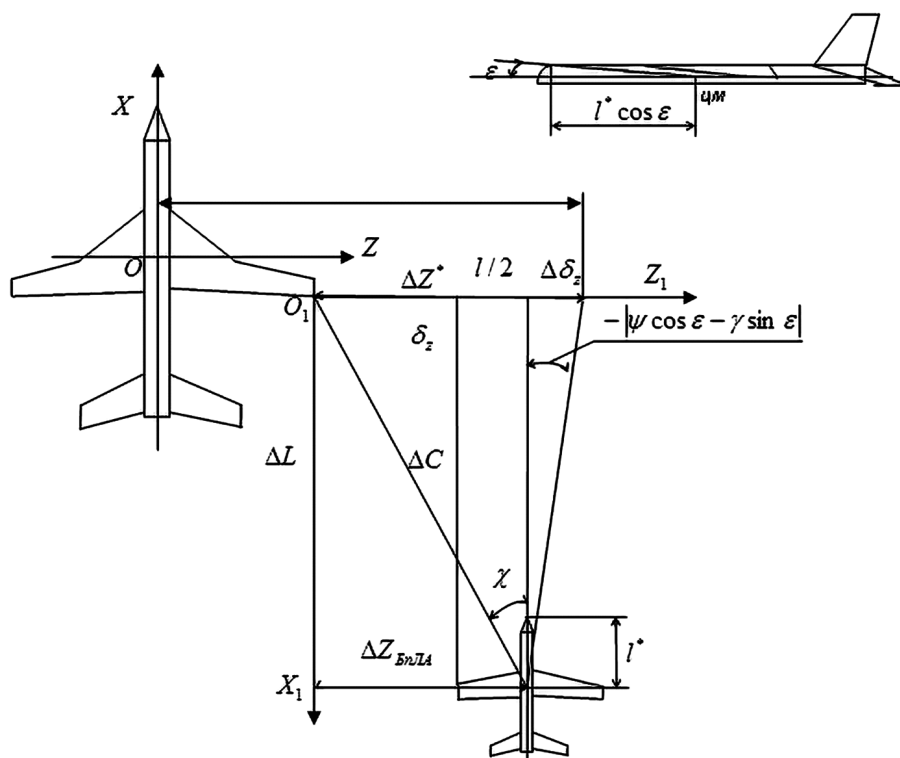


Рис. 1. Схема взаємного розташування БпЛА відносно ЛА. Системи координат

$$\delta_z = \Delta Z + l^* \cos \varepsilon (-\sin \psi) + l^* \sin \varepsilon \sin \gamma. \quad (3)$$

У даному випадку для спрощення запису позначимо $\Delta Z = \Delta Z_{БнЛА}$.

Враховуючи невеликі кути γ і ψ , у подальшому будемо вважати $\sin \gamma \approx \gamma$, $\sin \psi \approx \psi$, тоді (3) прийме вигляд:

$$\delta_z = \Delta Z + l^* \cos \varepsilon + \gamma l^* \sin \varepsilon. \quad (4)$$

Залежність (4) для повного переміщення положення БпЛА можливо представити через передавальні функції у такому вигляді:

$$\delta_z = \delta_e W_{\delta_e}^{\delta_z} + \beta_f W_{\beta_f}^{\delta_z}. \quad (5)$$

У якості алгоритму дії у процесі польоту у щільних порядках, САК БпЛА повинна відхиляти елерони так, щоб поточне положення краю ЛВ співпадало у просторі з його заданим положенням. Цей процес полягає в усуненні неузгодження:

$$\delta_z = Z_k - Z_{ЛВ}. \quad (6)$$

У випадку бокового руху, основною інформацією для САУ БпЛА є горизонтальна похибка, яка усувається відхиленням елеронів. Якщо прийняти, $Z_{БнЛА} = \text{var}$, а $Z_k = \text{const}$, вираз (6) приймає вигляд:

$$\delta_z = -(\Delta Z_{БнЛА} + \Delta \delta_z). \quad (7)$$

Політ у щільному строї потрібно розглядати, як роботу слідкуючої динамічної системи «САК-БпЛА-ЛА», на вхід якої надходять задані сигнали Z_k^* і $Z_{ЛВ}^*$ та порівнюється з поточними значеннями Z_k^{**} і $Z_{ЛВ}^{**}$ та за значенням їх неузгодженості в системі відпрацьовуються нові значення Z_k^* і $Z_{ЛВ}^*$.

У виразі (4) передавальні функції у правій частини можна представити таким чином:

$$\begin{aligned} W_{\delta_e}^z &= W_{CAU} W_{\delta_e}^z; \\ W_{\delta_e}^z &= W_{\delta_e}^z - W_{\delta_e}^{\psi} l^* \cos \varepsilon + W_{\delta_e}^{\gamma} l^* \sin \varepsilon; \\ W_{\beta_f}^z &= W_{\beta_f}^z - W_{\delta_e}^{\psi} l^* \cos \varepsilon + W_{\delta_e}^{\gamma} l^* \sin \varepsilon, \end{aligned} \quad (8)$$

де: l^* – відстань уздовж ЛВ від центру мас БпЛА до обрізу в носовій частині фюзеляжу;
 ε – кут між віссю OX зв'язаної системи координат БпЛА та ЛВ.

Переміщення точки кінця крила описується рівнянням:

$$Z_k = W_{\beta_f}^z \beta_f. \quad (9)$$

З урахуванням виразів (5), (7), (9) та виразу (7) отримуємо:

$$\delta_z = W_{\beta_f}^{z_k} \beta_f - W_{\delta_z}^{z_{БнЛА}} - W_{\beta_f}^{z_{БнЛА}} \beta_f; \quad (10)$$

$$(1 + W_{\delta_z}^{z_{БнЛА}}) \delta_z = (W_{\beta_f}^{z_k} - W_{\beta_f}^{z_{БнЛА}}) \beta_f; \quad (11)$$

$$\delta_z = \frac{(W_{\beta_f}^{z_k} - W_{\beta_f}^{z_{БнЛА}}) \beta_f}{1 + W_{\delta_z}^{z_{БнЛА}}}, \quad (12)$$

де $W_{\delta_e}^{\delta_z}$ – передавальна функція, яка описує реакцію БпЛА на відхилення елеронів;

$W_{\beta_f}^{\delta_z}$ – передавальна функція, яка описує реакцію БпЛА на збурюваний вплив;

$W_{\delta_e}^z, W_{\delta_e}^{\psi}, W_{\delta_e}^{\gamma}$ – передавальні функції, які описують зміни z, ψ, γ на управляючі впливи δ_e ;

$W_{\beta_f}^z, W_{\beta_f}^{\psi}, W_{\beta_f}^{\gamma}$ – передавальні функції, які описують зміни z, ψ, γ на керуючі впливи β_f ;

$W_{\beta_f}^{z_k}$ – передавальна функція, яка описує реакцію ЛА на збурювані впливи.

Для подальших розрахунків приймаємо передавальну функцію САК БпЛА у вигляді [10–12]:

$$W_{CAK} = k_c \frac{T_1^{P+1}}{T_2^{P+1}} e^{-\tau P}, \quad (13)$$

де k_c – коефіцієнт ланки підсилення;

T_1, T_2 – постійні часу форсууючої ланки та ланки запізнення ($T_1 \approx T_2$).

Значення параметра τ за статистикою знаходиться в діапазоні: $\tau = 0,2 \dots 0,3$ с – мінімальна часова затримка реакції САК (період несприйняття). З урахуванням того, що $T_1 \approx T_2$ [5] слідує, що передавальну функцію САК можливо записати у спрощеному вигляді, а саме:

$$W_{CAK} = k_c e^{-\tau P}. \quad (14)$$

Після розкладання (14) в ряд Паде, будемо мати:

$$W_{CAK} = k_c \frac{2 - \tau P}{2 + \tau P}. \quad (15)$$

У подальшому необхідно визначити вираз для значення ковзання, що викликано пульсаціями швидкості від супутнього сліду, що відповідає (1):

$$\beta_f = V_{zf} W_{V_{zf}}^{\beta_f} = -\frac{V_{zf}}{V_{\infty}}. \quad (16)$$

Тоді вираз (5) з урахуванням (16) можливо записати таким чином:

$$\delta_z = -\frac{1}{V_{\infty}} V_{zf} W_{\beta_f}^{\delta_z}, \quad (17)$$

$$\text{де: } W_{\beta_f}^{\delta_z} = \frac{W_{\beta_f}^{z_k} - W_{\beta_f}^z}{1 + W_{\beta_f}^z}.$$

Передавальні функції для контуру бокового руху та вплив на нього керуючих та збуджуючих впливів наведені нижче. Для вивчення динамічних властивостей системи, що представлена на рис. 2 та її показників точності визначаються вирази для передавальних функцій, що входять до досліджуваної системи.

До контуру керування, що наведений на рис. 2, входять ланки передавальні, що описуються передавальними функціями реакції САК БпЛА. Для отримання виразів для відповідних передавальних функцій, в рамках виконаного завдання, використано систему лінеаризованих рівнянь бокового руху БпЛА [14–17]:

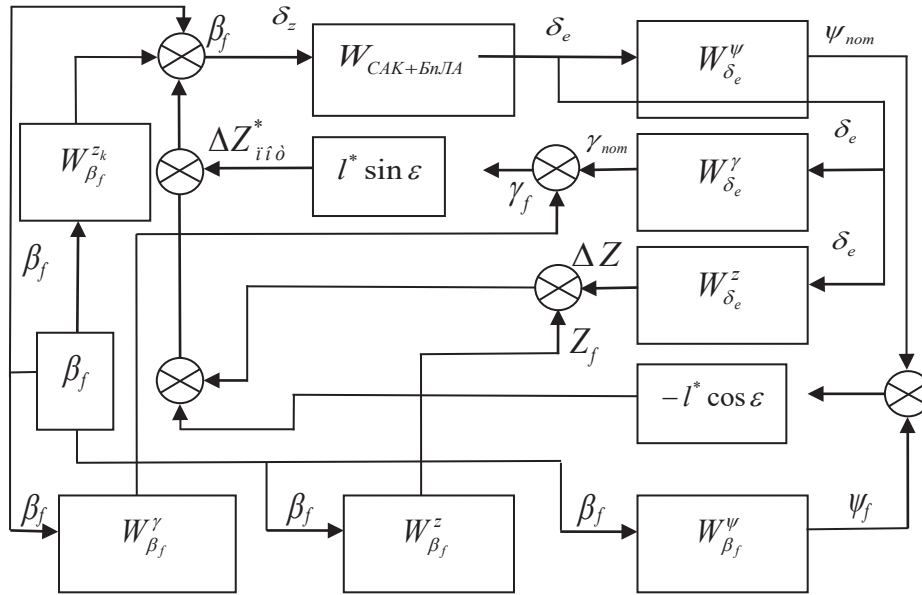


Рис. 2. Структурна схема запропонованої САК БнЛА у боковому каналі під час польоту у щільних бойових порядках

$$\frac{d\beta}{dt} = \frac{g}{V} n_z \omega_y \cos \alpha + \omega_x \sin \alpha + \frac{g}{V} \cos \nu \gamma;$$

$$\frac{d\omega_y}{dt} = \frac{J_{xy}}{J_y} \dot{\omega}_x + \bar{M}_y^\beta \beta + \bar{M}_y^{\omega_y} \omega_y + \bar{M}_y^{\omega_x} \omega_x + \bar{M}_y^{\delta_e} \delta_e;$$

$$\frac{d\omega_x}{dt} = \frac{J_{xy}}{J_x} \dot{\omega}_y + \bar{M}_x^\beta \beta + \bar{M}_x^{\omega_y} \omega_y + \bar{M}_x^{\omega_x} \omega_x + \bar{M}_x^{\delta_e} \delta_e; \quad (18)$$

$$\frac{d\gamma}{dt} = \omega_x - \omega_y \tan \nu;$$

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{1}{\cos \nu} \omega_y,$$

$$\text{де } \bar{M}_x = \frac{M_x}{J_x}; \quad \bar{M}_y = \frac{M_y}{J_y}; \quad n_z = C_z^\beta \beta \frac{gS}{mg}; \quad \bar{M}_x^{\omega_x} = \bar{M}_x^{\omega_x} + \bar{M}_x^{\delta_e} k_{\partial\gamma}; \quad \bar{M}_y^{\omega_y} = \bar{M}_y^{\omega_y} + \bar{M}_y^{\delta_e} k_{\partial\psi}.$$

Для горизонтального польоту БнЛА приймаємо $\vartheta = \alpha$ (тобто $\theta = 0$).

Приведемо систему (18) до операторного виду, тоді її можливо записати у вигляді матричного рівняння:

$$G = \begin{bmatrix} \beta \\ \omega_y \\ \omega_x \\ \gamma \end{bmatrix} = D \delta_e, \quad (19)$$

де G – матриця з коефіцієнтами:

$$G = \begin{bmatrix} P - gV^{-1}n_z^\beta & -\cos \alpha & -\sin \alpha & -gV^{-1}\cos \alpha \\ -\bar{M}_y^\beta & P - \bar{M}_y^{\omega_y} & -I_{xy}I_y^{-1} & 0 \\ -\bar{M}_x^\beta & -I_{xy}I_x^{-1} & P - \bar{M}_x^{\omega_x} & 0 \\ 0 & \tan \alpha & -1 & P \end{bmatrix}, \quad (20)$$

D – матриця-стовпець коефіцієнтів вільних членів:

$$D = \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{M}_y^{\delta_e} \\ \bar{M}_x^{\delta_e} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (21)$$

Як видно з рис. 2, до досліджуваного контуру керування входять передавальні функції $W_{\delta_e}^\gamma, W_{\delta_e}^\psi, W_{\delta_e}^z$. Перша передавальна функція визначається з використанням (18) та правила Крамера:

$$W_{\delta_e}^\gamma = \Delta_{\delta_e}^\gamma \Delta G^{-1}, \quad (22)$$

де ΔG – визначник матриці G , $\Delta_{\delta_e}^\gamma$ – визначник, отриманий за допомогою заміни четвертого стовпця матриці G на матрицю в стовпці D .

Після вирахування коефіцієнтів, що входять в (18), отримаємо після перетворень вираз для передавальної функції $W_{\delta_e}^\gamma$:

$$\Delta G = \begin{vmatrix} P - gV^{-1}n_z^\beta & -\cos \alpha & -\sin \alpha & -gV^{-1}\cos \alpha \\ -\bar{M}_y^\beta & P - \bar{M}_y^{\omega_y} & -I_{xy}I_y^{-1} & 0 \\ -\bar{M}_x^\beta & -I_{xy}I_x^{-1} & P - \bar{M}_x^{\omega_x} & 0 \\ 0 & \tan \alpha & -1 & P \end{vmatrix} = a_4 P^4 + a_3 P^3 + a_2 P^2 + a_1 P + a_0. \quad (23)$$

Коефіцієнти G визначаємо шляхом розкривання виразу (23) та підбиттям його однойменних членів

$$\Delta_{\delta_e}^\gamma = \begin{vmatrix} P - gV^{-1}n_z^\beta & -\cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ -\bar{M}_y^\beta & P - \bar{M}_y^{\omega_y} & -I_{xy}I_y^{-1} & P - \bar{M}_y^{\omega_x} \\ -\bar{M}_x^\beta & -I_{xy}I_x^{-1} & P - \bar{M}_x^{\omega_y} & P - \bar{M}_x^{\omega_x} \\ 0 & \tan \alpha & -1 & 0 \end{vmatrix} = b_2 P^2 + b_1 P + b_0. \quad (24)$$

Коефіцієнти b визначаються з (24) за аналогією (23).
Передавальна функція для $W_{\delta_e}^\gamma$ буде мати вигляд:

$$W_{\delta_e}^\gamma = (b_2 P + b_1 P + b_0)(a_4 P^4 + a_3 P^3 + a_2 P^2 + a_1 P + a_0)^{-1}. \quad (25)$$

Другу передавальну функцію $W_{\delta_e}^\psi$ визначаємо з п'ятого рівняння системи (18):

$$W_{\delta_e}^\psi = \frac{1}{P} \cos \alpha^{-1} W_{\delta_e}^{\omega_y}. \quad (26)$$

Передавальна функція $W_{\delta_e}^{\omega_y}$ визначається із (25) з використанням правила Крамера:

$$W_{\delta_e}^{\omega_y} = \Delta_{\delta_e}^{\omega_y} \Delta G^{-1}, \quad (27)$$

де $\Delta_{\delta_e}^{\omega_y}$ – визначник, отриманий за допомогою заміни другого стовпця матриці G на матрицю-стовпець D .

Передавальна функція $W_{\delta_e}^{\omega_y}$ має вигляд:

$$W_{\delta_e}^{\omega_y} = (c_3 P^3 + c_2 P^2 + c_1 P + c_0)(a_4 P^4 + a_3 P^3 + a_2 P^2 + a_1 P + a_0)^{-1}. \quad (28)$$

Третя передавальна функція отримується з урахуванням, того що:

$$\Delta Z = \int_{t_0}^t \Delta V_z dt = V_\infty \int_{t_0}^t \Delta \beta dt. \quad (29)$$

Відповідно

$$W_{\delta_e}^{\Delta Z} = V_\infty \frac{1}{p} W_{\delta_e}^\beta, \quad (30)$$

де:

$$W_{\delta_e}^\beta = \Delta_{\delta_e}^\beta \Delta G^{-1}, \quad (31)$$

$\Delta_{\delta_e}^\beta$ – визначник, отриманий шляхом заміни першого стовпця матриці G на матрицю-стовпець D .

Передавальна функція $W_{\delta_e}^\beta$ буде мати такий вигляд:

$$W_{\delta_e}^\beta = (d_2 P^2 + d_1 P + d_0)(a_4 P^4 + a_3 P^3 + a_2 P^2 + a_1 P + a_0)^{-1}. \quad (32)$$

Для розрахунку передавальних функцій, що описують реакцію БпЛА на вплив збурень від супутнього сліду ЛА на етапі польоту у щільних бойових порядках, необхідно використати лінеаризовані рівняння бокового руху (18) в параметрах, на основі яких будується матричне рівняння, подібне вищевказаному без матриці-стовпця коефіцієнтів вільних членів.

Передавальні функції, $W_{\beta_f}^z$, $W_{\beta_f}^\psi$, $W_{\beta_f}^\gamma$ визначаються аналогічно вищевказаним.

Обчислюючи визначальники, що входять в $W_{\beta_f}^z$, $W_{\beta_f}^\psi$, $W_{\beta_f}^\gamma$, отримаємо вирази цих передавальних функцій, прийняв, що $\bar{M}_x^{\beta_f} = \bar{M}_x^\beta$, $\bar{M}_y^{\beta_f} = \bar{M}_y^\beta$ (з метою скорочення обсягів публікації матричні рівняння не наведено).

Передавальна функція $W_{\beta_f}^\gamma$ має вигляд:

$$W_{\beta_f}^\gamma = (e_2 P + e_1 P + e_0)(a_4 P^4 + a_3 P^3 + a_2 P^2 + a_1 P + a_0)^{-1}. \quad (33)$$

Передавальна функція для $W_{\beta_f}^{\omega_y}$ має вигляд:

$$W_{\beta_f}^{\omega_y} = (f_3 P^3 + f_2 P^2 + f_1 P + f_0)(a_4 P^4 + a_3 P^3 + a_2 P^2 + a_1 P + a_0)^{-1}. \quad (34)$$

$$W_{\beta_f}^\psi = \frac{1}{p} \cos \alpha^{-1} W_{\beta_f}^{\omega_y}. \quad (35)$$

Передавальна функція $W_{\beta_f}^\beta$ має вигляд:

$$W_{\beta_f}^\beta = (h_2 P^2 + h_1 P + h_0)(a_4 P^4 + a_3 P^3 + a_2 P^2 + a_1 P + a_0)^{-1}. \quad (36)$$

$$W_{\beta_f}^z = V_\infty \frac{1}{p} W_{\beta_f}^\beta. \quad (37)$$

За умови впливу пульсацій швидкості від вихрових джгутів ведучого ЛА, відбуваються випадкові прирости значень кутів ковзання БпЛА (1). Сили і моменти, які з'являються в цьому випадку, викликають приріст кінематичних параметрів. Для динамічної системи «САК–БпЛА–ЛА» ці прирости збурюють і підсумовуються з поточними значеннями відповідних параметрів, викликаних діями САК (рис. 2).

Параметри збуреного руху БпЛА за кутом ковзання представлені у рівнянні (9). Включені до нього передавальні функції виводяться з бічних рівнянь руху БпЛА, в правих частинах яких замість керуючих дій САК фіксуються сили і моменти через наявність збурень β_f .

Для розрахунку сумарних помилок системи «САК–БпЛА–ЛА» при впливі збурених і контролюючих впливів використано метод спектральної щільності.

Вираз для спектральної щільності і середньої квадратичної похибки в загальній формі виглядає як:

$$S_y(\omega) = S_x(\omega) \cdot |\Phi(i\omega)|^2; \quad (38)$$

$$D_y = \sigma_y^2 = \int_{-\infty}^{\infty} S_y(\omega) d\omega = 2 \int_0^{\infty} S_y(\omega) d\omega, \quad (39)$$

де: $S_x(\omega)$ – спектральна щільність на вході системи;

$S_y(\omega)$ – спектральна щільність на виході системи;

$\Phi(i\omega)$ – частотна реакція системи;

σ_y – помилка;

D_y – дисперсія.

Для визначення частотної реакції досить в системному операторі, написаному явно, замість оператора диференціювання P застосувати $i\omega$.

Спектральна щільність для сумарного руху ЛВ БпЛА по відношенню до кінцівки крила ЛА, що веде, в закритій системі «САК–ЛА–БпЛА» виглядає наступним чином:

$$S_{\delta_z}(\omega) = S_{v_{zf}}(\omega) \cdot \frac{1}{V_\infty^2} |W_{\beta_f}^{\delta_z}(i\omega)|^2. \quad (40)$$

Тоді:

$$\sigma_{\delta z}^2 = 2 \int_0^{\omega^0} (\omega) d\omega, \quad (41)$$

де: S_{Vzf} спектральна щільності пульсацій турбулентної швидкості V_{zf} , що визначається виразом:

$$S_{Vzf}(\omega) = \sigma_{Vzf}^2 \frac{1}{T^2 \omega^2 + 1}; \quad (42)$$

σ_{Vzf} – стандартне відхилення пульсацій турбулентної швидкості;

T – постійна часу.

Для розрахунку спектральної щільності загальних рухів ЛВ БпЛА по відношенню до кінцівки крила ЛА, в першу чергу, необхідно визначити частотні характеристики системи. Для цього необхідно визначити значення передавальних функцій і виконати алгебраїчні дії над ними.

$$W_{\delta z}^{Zl*} = W_{CAU} (W_{\delta e}^{\Delta Z} - W_{\delta e}^{\psi} l^* \cos \varepsilon + W_{\delta e}^{\gamma} l^* \sin \varepsilon);$$

$$W_{\delta z}^{Zl*} = k_{CAU} \frac{2 - \tau P}{2 + \tau P} \begin{bmatrix} V_{\infty} P^{-1} (d_2 P^2 + d_1 P + d_0) \\ (a_4 P^4 + a_3 P^3 + a_2 P^2 + \\ a_1 P^1 + a_0)^{-1} - \\ (\cos \alpha P)^{-1} (c_3 P^3 + c_2 P^2 + \\ c_1 P^1 + c_0) (a_4 P^4 + a_3 P^3 + \\ a_2 P^2 + a_1 P^1 + a_0)^{-1} (l^* \cos \varepsilon) + \\ (b_2 P^2 + b_1 P + b_0) (a_4 P^4 + \\ a_3 P^3 + a_2 P^2 + a_1 P^1 + \\ a_0)^{-1} (l^* \sin \varepsilon); \end{bmatrix}; \quad (43)$$

$$W_{\delta z}^{Zl*} = \frac{B_4 P^4 + B_3 P^3 + B_2 P^2 + B_1 P + B_0}{(2 + \tau P)(A_5 P^5 + A_4 P^4 + A_3 P^3 + A_2 P^2 + A_1 P)}; \quad (44)$$

Після виконання арифметичних операцій отримуємо таке співвідношення:

$$U_{12} \omega^{12} + U_{10} \omega^{10} + U_8 \omega^8 +$$

$$|W_{\beta f}^{\delta Z}(i\omega)|^2 = \frac{+U_6 \omega^6 + U_4 \omega^4 + U_2 \omega^2 + U_0}{L_{16} \omega^{16} + L_{14} \omega^{14} + L_{12} \omega^{12} + L_{10} \omega^{10} +$$

$$+ L_8 \omega^8 + L_6 \omega^6 + L_4 \omega^4 + L_2 \omega^2 + L_0} \quad (45)$$

Аеродинамічні моменти та сили в (45) визначаються за стандартними виразами [14, 15].

На основі (40) – (43) була розроблена робоча програма для розрахунків на алгоритмічній мові Fortran у програмному середовищі Simply Fortran. Розрахунки проводилися шляхом задавання різних значень коефіцієнтів поперечного $K_{d\gamma}$ і шляхового $K_{d\psi}$ демпфірування у САК для отримання прийнятних результатів стабілізації руху для конкретного аеродинамічного компонування БпЛА.

Для прикладу на рис. 3 наведено результати чисельного моделювання щодо оцінки зміни значень параметрів

у часі при польоті перспективного БпЛА на $H=10000$ м при $V=400$ км/год після дачі керма шляху (крива 1) при обраних значеннях коефіцієнтів поперечного $K_{d\gamma}$ і шляхового $K_{d\psi}$ демпфірування САК за безрозмірним часом $\tau = Vt / b_a$. З рис. 3 видно, що після відхилення керма шляху кут ковзання швидко зростає до $\approx 6 \cdot 10^{-2}$ радіан та протягом ≈ 7 секунд $\approx 1,5$ періоду коливань приймає нове стає значення $\approx 3 \cdot 10^{-2}$ радіани, що свідчить про стійкість системи БпЛА до керуючих впливів у боковому каналі, навіть на великих висотах польоту, коли демпфуючі властивості суттєво зменшуються.

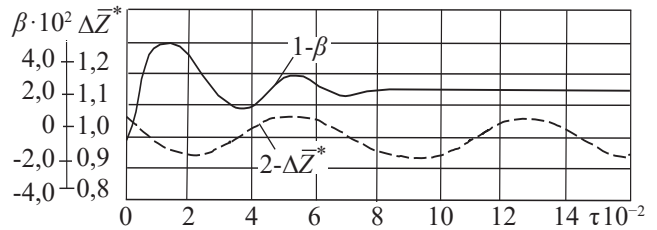


Рис. 3. Зміна значень параметрів у часі при польоті перспективного БпЛА на $H=10000$ м при $V=400$ км/год. після «дачі» керма шляху (крива 1) у щільному строю на заданому інтервалі $\Delta \bar{Z}^* = \Delta Z \cdot l^{-1}$ (крива 2) при значеннях коефіцієнтів поперечного $K_{d\gamma} = -0,2$ і шляхового $K_{d\psi} = 0,8$ демпфірування САУ

Також на рис. 3 наведені результати чисельного моделювання сумісного польоту у щільному строю на висоті $H=10000$ м при швидкості $V=400$ км/год. компонування перспективного БпЛА з пропонованої САК у боковому каналі і обраних значеннях коефіцієнтів передавальних чисел $K_{d\gamma}$, $K_{d\psi}$ та ЛА типу МіГ-29. Інтервал та дистанція знаходження БпЛА відносно ЛА обиралися згідно розроблених в [2] рекомендацій. Метою досліджень була оцінка можливості БпЛА при роботі пропонованої САК у боковому каналі витримувати заданий інтервал ($\Delta \bar{Z}^* = \Delta Z \cdot l^{-1}$) при сумісному польоті з ЛА та врахуванням постійного впливу збурень від супутнього сліду ЛА.

Як видно з рис. 3, у процесі польоту має місце коливальний характер руху у боковому каналі під впливом вихрових збурень від ЛА, що веде. Разом з тим слід зазначити, що циклічний коливальний характер має незначні амплітуди закидів змін інтервалу відносно заданого значення і у даному випадку складає не більше 7 %. Польоти на менших висотах за рахунок збільшення демпфуючих властивостей будуть тільки зменшувати відсоток розходження відносно заданих інтервалів польоту.

ВИСНОВКИ

В роботі наведено вдосконалену математичну модель бокового руху БпЛА з метою оцінки динамічної системи «САК–БпЛА–ЛА» у боковому каналі при польотах у щільних бойових порядках. Відпрацьовано методику розрахунку похибок при витримуванні заданого інтервалу між елементами пари внаслідок впливу супутнього сліду від ведучого ЛА.

Отримані результати в ході чисельного експерименту пропонованої САК у боковому каналі та з обраними зна-

ченнями передавальних коефіцієнтів показали стійкість системи до керуючих та зовнішніх збурень під впливом супутнього сліду ведучого ЛА. Констатовано достатньо широкий діапазон висотно-швидкісних параметрів функціонування пропонованої САК перспективного БпЛА, що може задовольняти вимогам до перспективної повітряної бойової системи у складі пілотованих та безпілотних ЛА.

СПИСОК ПОСИЛАНЬ

1. Зірка А.Л. Концептуальний підхід до рішення наукової проблеми з обґрунтування вимог до синтезу угруповань пілотованої та безпілотної авіаційної техніки при спільному бойовому застосуванні. Зб. наук. пр. Київ: ЦНДІ ОБТ ЗС України. 2022. Вип. 4(87). С. 14–28.
2. Зірка А.Л. Расстригин О.О. Scientific and methodological apparatus for rationalizing the requirements to the motion parameters of the dynamic system of manned aircraft – UAV in flights in dense battle orders. Озброєння та військова техніка. 2023. № 2(38). Київ: ЦНДІ ОБТ ЗСУ. С. 36–46. [https://doi.org/1034169/2414-0651.2023.2\(38\).36-46](https://doi.org/1034169/2414-0651.2023.2(38).36-46).
3. До питання побудови математичної моделі в задачі автоматичного керування літальним апаратом при дозаправці паливом в повітрі / Остапчук Е.С., Головін О.О., Расстригин О.О., Глазкова С.В. Озброєння та військова техніка. Київ: ЦНДІ ОБТ ЗС України. 2020. № 4(28). С. 19–26. [https://doi.org/1034169/2414-0651.2020.4\(28\).19-26](https://doi.org/1034169/2414-0651.2020.4(28).19-26).
4. Техника пилотирования, самолетовождения, боевое применение самолета Су-24 (Су-24М). Методическое пособие. М.: Воениздат. 1985. 720 с.
5. Асланян А.Э., Системы автоматического управления полетом летательных аппаратов. Ч. 1. Киев: Киевское ВВАИУ. 1987. 350 с.
6. Гордиенко В.С. Система управления группой беспилотных летательных аппаратов. Наука без границ. 2018. № 1(18). [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://cyberleninka.ru/article/n/sistema-upravleniya-gruppoi-bespilotnykh-letatelnykh-apparatov/viewer>.
7. Збруцький О.В. Комплексне використання групи безпілотних літальних апаратів для задач промислово-екологічної розвідки. Наука та інноватика. Нац. техн. ун-т України «Київський політехнічний інст. імені Ігоря Сікорського». [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://report.kpi.ua/ru/taxonomy/term/1254>.
8. Моисеев В.С. Групповое применение беспилотных летательных аппаратов. Монография. Казань: Казанский авиационный инст. 2017. 564 с.
9. Пікенін П.О., Мариношенко О.В., Прохорчук О.П. Реалізація польоту групи безпілотних літальних апаратів. Механіка гіроскопічних систем: наук.-техн. зб. НТУУ «КПІ». Вип. 31. С. 40–45.
10. Гиневский А.С., Желанников А.И. Вихревые следы самолетов. М.: Физматлит. 2008. 169 с.
11. Бабкин В.И., Белоцерковский А.С., Турчак Л.И. и др. Система обеспечения вихревой безопасности полетов летательных аппаратов. М.: Наука. 2008. 374 с.
12. Белоцерковский А.С., Пасекунов И.В. Интегрированная система обеспечения вихревой безопасности полетов. Аэрокосмическое обозрение. 2005. № 1.
13. Вихревая безопасность полетов в реальных очертах / Белоцерковский А.С., Журицкий Г.И., Каневский М.И., Пасекунов И.В. Авиасалоны мира. 2007. № 3. С. 40–45.
14. Бюшгенс Г.С., Студнев Р.В. Динамика продольного и бокового движения. М.: Машиностроение. 1978. 350 с.
15. Бюшгенс Г.С., Студнев Р.В. Динамика самолета. Пространственное движение. М.: Машиностроение. 1983. 320 с.
16. Белоцерковский О.М. Численное моделирование в механике сплошных сред. М.: Физматлит. 1994. 442 с.
17. Belotserkovskii, O.M. (1999). Turbulence and instabilities. Moscow Inst. of Physics and Technology. 348 p.

REFERENCES

1. Zirka, A.L. (2022). "Konceptualnyi pidhid do rishennia naukovoï problemy z obgruntuvannia vymog do sintezu ugrupovan pilotovanoi ta bezpilotnoi aviatsiinoï tekhniki pri spilnomu boiovomu zastosuванні" [Conceptual approach to solving the scientific problem of substantiating the requirements for the synthesis of groups of manned and unmanned aircraft in joint combat use.], Zb. nauk. pr. K.: CNDI OVT ZS Ukrainy. Vyp. 4(87). Pp. 14–28.
2. Zirka, A.L. & Rasstrygin, O.O. (2023). Scientific and methodological apparatus for rationalizing the requirements to the motion parameters of the dynamic system of manned aircraft – UAV in flights in dense battle orders. Ozbroyennia ta viiskova tekhnika. Vyp. 2(38). K.: CNDI OVT ZSU. 2023. Pp. 36–46. [https://doi.org/1034169/2414-0651.2023.2\(38\).36-46](https://doi.org/1034169/2414-0651.2023.2(38).36-46).
3. Ostapchuk, E.S., Holovin, O.O., Rasstrygin, O.O. & Glazkova, S.V. (2020). "Do pyttannia pobudovy matematychnoi modeli v zadachi avtomatychnogo upravlinnia litalnym aparatom pri dozapravtsi palyvom u povitri" [To the issue of building a mathematical model in the task of automatic control of aircraft when refueling fuel in the air], Ozbroyennia ta viiskova tekhnika. Vyp. 4(28). K.: CNDI OVT ZSU. Pp. 19–26. [https://doi.org/1034169/2414-0651.2020.4\(28\).19-26](https://doi.org/1034169/2414-0651.2020.4(28).19-26).
4. "Tekhnika pilotirovaniia, samoletovozhdeniia, boevoe primeneniie samoleta Su-24 (Su-24M. Metodicheskoe posobie)" [Piloting techniques, aerobatics and combat application of the Su-24 (Su-24M) aeroplane. Methodological manual], M.: Voenizdat. 1985. 720 p.
5. Aslanian, A.E. (1987). "Sistemy avtomaticheskogo upravleniia poletom letatelnykh apparatov" [Systems of automatic flight control of aircrafts]. Ch. 1. Kievskoe VVAIU. 350 p.
6. Gordienko, V.S. (2018). "Sistema upravleniia gruppoy bespilotnykh letatelnykh apparatov" [A control system for a group of unmanned aerial vehicles]. Nauka bez granits. № 1(18). Available at: <https://cyberleninka.ru/article/n/sistema-upravleniya-gruppoi-bespilotnykh-letatelnykh-apparatov/viewer>.
7. Zbrutskiy, O.V. "Kompleksne vykorystanniia grupy bespilotnykh letatelnykh apparatov dlia zadach promyslovo-ekologichnoi rozvidky. Nauka ta innovatika" [Integrated use of a group of unmanned aerial vehicles for industrial and environmental reconnaissance. Science and innovation.]. K.: Nats. Tehn. Univ. Ukrainy «Kyevskii politekhnichnyi inst. imeni Igoria Sikorskogo». Available at: <https://report.kpi.ua/ru/taxonomy/term/1254>.

8. Moiseev, B.S. (2017). "Grupповое primeneniye bespilotnykh letatelnykh apparatov" [Group use of unmanned aerial vehicles]. Monografiya. Kazan: Kazansky aviatsionnyi inst. 564 p.
9. Pikenin, P.O., Marinoshenko, O.V. & Prohorchuk, O.P. "Realizatsiya poletu grupy bespilotnykh letatelnykh apparatov" [Implementation of a flight of a group of unmanned aerial vehicles]. Mekhanika giroskopichnykh system: naukovy-tehnichniy zb. NTU «KPI». Vyp. 31. Pp. 40–45.
10. Ginevsky, A.S. & Zhelannikov, A.I. (2008). "Vihrevye sledy samoletov" [Aircraft vortex trails]. M.: Fizmatlit. 169 p.
11. Babkin, V.I., Belotserkovskii, A.S. & Turchak, L.I. (2008). "Sistema obespecheniya vihrevoy bezopasnosti poletov letatelnykh apparatov" [System for ensuring vortex safety of aircraft flights]. M.: Nauka. 374 p.
12. Belotserkovskii, A.S. & Pasekunov, I.V. (2005). "Integrirovannaya sistema obespecheniya vihrevoy bezopasnosti poletov" [An integrated vortex flight safety system. Aerospace Review]. Aerokosmicheskoe obozrenie. № 1.
13. Belotserkovskii, A.S., Zhuritsky, G.I., Kanevsky, M.I. & Pasekunov, I.V. (2007). "Vihrevaia bezopasnost poletov v realnykh ochertaniyakh" [Vortex flight safety in real outlines]. Aviasalony mira. № 3. Pp. 40–45.
14. Bushgens, G.S. & Studnev, R.V. (1978). "Dinamika prodolnogo i bokovogo dvizheniya" [Dynamics of longitudinal and lateral movement]. M.: Mashinostroyeniye. 350 p.
15. Bushgens, G.S. & Studnev, R.V. (1983). "Dinamika samoleta. Prostranstvennoye dvizheniye" [Aircraft Dynamics. Spatial motion]. M.: Mashinostroyeniye. 320 p.
16. Belotserkovskii, O.M. (1994). "Chislennoye modelirovaniye v mekhanike sploshnykh sred" [Numerical modelling in continuum mechanics]. M.: Fizmatlit. 442 p.
17. Belotserkovskii, O.M. (1999). Turbulence and instabilities. Moscow Inst. of Physics and Technology. 348 p.

Zirka A.L., Rasstrygin O.O.

MATHEMATICAL MODEL OF THE MOVEMENT OF THE DYNAMIC SYSTEM OF A MANNED AIRCRAFT – UAV IN THE SIDE CHANNEL WHEN FLIGHTS IN DENSE COMBAT FORMATIONS

The publication offers an improved mathematical model of the lateral movement of an UAV, as well as a method of its implementation for a dynamic system of a manned aerial vehicle – UAV («ASC–UAV–UA») in the side channel when flying in tight formations. The functioning of the dynamic system «ASC–UAV–UA» was studied using the proposed mathematical model and the methodology of its implementation for the mentioned dynamic system in the side channel during flight in dense combat formations, as well as.

The paper presents a methodology for calculating errors in maintaining a given UAV interval due to the influence of the trace from the leading aircraft. The spectral density method was used to calculate the total errors of the «ASC–UAV–UA» system under the influence of disturbing and controlling influences.

For testing mathematical models, the calculated and numerical simulation results. To test the mathematical models, the dynamic properties are investigated when accessing the impact of disturbing factors on the UAV, taking into account the response of its automatic control system in the side control channel.

The nature of the collateral process with the values in the course of the numerical experiment of flight in tight orders of aircraft, as a matter of fact, the UAV with the proposed automatic control system in side channel with certain values of the transmission coefficients, showing the stability of the system from aircraft inflows. It has been established that the parameters of the automatic control system of a promising UAV are quite wide. It can meet the requirements for a promising air strike system in the composition of MAV and UAV.

Keywords: automatic control system, unmanned aerial vehicle, close combat formation, side channel.

Відомості про авторів:

Зірка Андрій Леонідович

кандидат технічних наук, начальник науково-дослідного відділу Центрального науково-дослідного інституту озброєння та військової техніки Збройних Сил України
м. Київ, Україна
<http://orcid.org/0000-0001-5304-2894>
E-mail: alzirka@ukr.net

Расстригин Александр Олексійович

доктор технічних наук, професор, головний науковий співробітник науково-дослідного управління Центрального науково-дослідного інституту озброєння та військової техніки Збройних Сил України
м. Київ, Україна
<https://orcid.org/0000-0002-1483-6111>
E-mail: aleks.rasstr@gmail.com

Information about the authors:

Andrii Zirka

Candidate of Technical Sciences
Chief of Research Department of
Central Scientific Research Institute of
Armament and Military Equipment
of Armed Forces of Ukraine
Kyiv, Ukraine.
<https://orcid.org/0000-0001-5304-2894>
E-mail: alzirka@ukr.net

Oleksandr Rasstrygin

Candidate of Technical Sciences, Professor
Chief Researcher of the Research Department of
Central Scientific Research Institute
of Armament and Military Equipment
of Armed Forces of Ukraine
Kyiv, Ukraine
<https://orcid.org/0000-0002-1483-6111>
E-mail: aleks.rasstr@gmail.com

Стаття надійшла до редколегії 10.07.2024.