

УДК 355.4:623.4

DOI: [https://doi.org/1034169/2414-0651.2021.1\(29\).20-27](https://doi.org/1034169/2414-0651.2021.1(29).20-27)**Д. Є. ХАУСТОВ***кандидат технічних наук, докторант штатний*  
<https://orcid.org/0000-0001-5542-2831>*(Національна академія сухопутних військ імені гетьмана Петра Сагайдачного м. Львів)***О. О. БУРАШНИКОВ**<https://orcid.org/0000-0001-9975-5021>*(Науковий центр Сухопутних військ Національної академії сухопутних військ імені гетьмана Петра Сагайдачного, м. Львів)***Я. Є. ХАУСТОВ, ад'юнкт штатний**<https://orcid.org/0000-0003-4553-0702>*(Національна академія сухопутних військ імені гетьмана Петра Сагайдачного, м. Львів)***Ю. А. НАСТИШИН, доктор фізико-***математичних наук, старший науковий співробітник*<https://orcid.org/0000-0001-7521-3906>*(Науковий центр Сухопутних військ Національної академії сухопутних військ імені гетьмана Петра Сагайдачного, м. Львів)*

## УЗАГАЛЬНЕНА МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ВИКОНАННЯ ВОГНЕВИХ ЗАДАЧ ЕКІПАЖЕМ ТАНКА

*В статті представлено математичну модель виконання вогневих задач екіпажем танка, яка включає наступну послідовність станів: вихідний стан зразка бронетанкового озброєння в районі зосередження, марш із місця зосередження до передбаченого місця бою, початок спостереження, виявлення, розпізнавання та ідентифікація противника, бойове застосування зразка бронетанкового озброєння, ураження/неураження ворожої цілі, які утворюють ланцюг Маркова. Граничний розподіл ймовірностей, отриманий як розв'язок рівняння на власні значення та власні вектори, дає ймовірність виконання вогневої задачі екіпажем танка, як функцію ймовірностей переходів між відповідними станами.*

**Ключові слова:** математична модель виконання вогневої задачі, багатоканальний прицільно-спостережний комплекс, ланцюг Маркова, ймовірність виконання візуальної задачі на ураження противника.

**ВСТУП**

Стрімкий розвиток озброєння і військової техніки передбачає створення нових і модернізацію існуючих зразків, відповідно до вимог сучасного бою та зумовлює необхідність розробки нових і подальший розвиток існуючих методів моделювання бойових дій. Так, технічний рівень сучасних танків дозволяє проводити автоматизацію процесів і враховувати значну частину факторів, які суттєво впливають на їхню бойову ефективність. Як приклад, впровадження в інформаційно-керуючу систему управління вогнем основних бойових танків (ОБТ) провідних країн світу тепловізійних систем спостереження з функціоналом виявлення цілей і стеження за ними (ОБТ Німеччини Леопард 2А7 «Revolution» в системі ситуаційної обізнаності SAS 360 (Situational Awareness system) системи керування вогнем SEOSS (Stabilized Electro-Optical Sight System)).

Одними з найважливіших бойових показників ефективності танка на полі бою в процесі функціонування комплексу танкового озброєння є час на розвідку цілей (виявлення, розпізнавання і ідентифікація), який відіграє вирішальну роль у прийнятті рішення на відкриття вогню. На сьогодні, виробники в галузі створення танкових прицільних комплексів («Raytheon», США; «Carl Zeiss Optronics», Німеччина; «Sagem», «Thales», Франція; НПК «Фотоприлад», Україна) роблять основний акцент на створення комплексних прицільних приладів, що поєднують в собі оптико-електронні канали, які працюють в різних спектральних діапазонах і функціонують за різними фізичними принципами [1].

Отже, для визначення раціональних параметрів прицільно-спостережного комплексу зразків бронетанкового озброєння є необхідність створення математичної моделі, яка б враховувала процес розвідки цілі та давала можливість визначати очікуваний приріст бойової ефективності зразків озброєння, а також вплив повного спектру природних та штучних завад на процес розвідки цілі та її ураження, що на даний час є невирішеною науковою проблемою.

**АНАЛІЗ ОСТАННІХ ДОСЛІДЖЕНЬ**

З точки зору теорії збройної боротьби, оцінку ефективності вирішення бойової задачі лише традиційними критеріями імовірності знищення чи математичного очікування ураження цілі (цілей) вже не можна визнати повною і достатньою. При цьому, найсуттєвішим недоліком ймовірнісних методів [2 – 4] можна вважати відсутність можливості оцінити вплив окремих факторів й характеристик на результат модельованої ситуації та оцінити варіанти отриманих результатів [5].

В останні роки з'явилися ряд наукових праць, присвячених вирішенню цієї проблеми. Так, в наукових роботах [6 – 8] для оцінювання інформаційних процесів при застосуванні зразка бронетанкового озброєння (БТО) розроблені математичні моделі, але без врахування впливу зовнішніх факторів на процес розвідки та знищення цілі. Також, зазначені моделі не дозволяють оцінити очікуваний приріст бойової ефективності у зв'язку з тим, що вони не враховують характеристики сучасних багатоканальних прицільно-спостережних

комплексів (БКПСК) з комплексуванням отриманої з різних каналів інформації, параметрів навколишнього середовища на процес розвідки, супроводження та ураження цілей.

Але, якщо ймовірності переходів системи з одного стану в інший чи наступ подій подати у вигляді функцій характеристик об'єкту озброєння і параметрів навколишнього середовища, то виявляється можливість подолати ці недоліки з подальшим аналізом достовірності отриманих результатів.

У відповідності до вище зазначеного, автори наукових праць [2, 5] запропонували аналітичну модель Маркова для опису функціонування комплексу озброєння танка та відзначили, що їхня модель є базовою, тобто такою, яку можна розвивати, деталізуючи певні стани та переходи між ними. Зокрема, модель [5] розглядає множини станів

$$E^{[5]} = \{E_{вс}, E_M, E_{вп}, E_{бз}, E_{увц}, E_{нвц}\} \quad (1)$$

що включає, відповідно, чотири непоглинаючих стани (нпгс)

$$E_{нпгс}^{[5]} = \{E_{вс}, E_M, E_{вп}, E_{бз}\}, \quad (2)$$

а саме: вихідний стан (вс) зразка БТО в районі зосередження, марш (М) із місця зосередження до передбаченого місця бою, виявлення противника (вп), бойове застосування зразка БТО (бз) та два поглинаючі стани

$E_{пгс}^{[5]} = \{E_{увц}, E_{нвц}\}$ , відповідно, ураження ворожої цілі

(увц)  $E_{увц}$  та неураження ворожої цілі (нвц)  $E_{нвц}$ . Під поглинаючими станами розуміють такі стани, після переходу в які система уже не може повернутися до попереднього стану. Важливо зазначити, що для послідовності подій, які зображуються лінійним графом, топологічно подібним до тих, що розглядаються в роботах [5] та [8], кількість непоглинаючих станів визначається і є рівною кількості множників у кінцевому виразі для ймовірності виконання завдання зразком БТО на ураження цілі [8]. Із виразу видно, що розглянута в роботі [5] модель не враховує у явному вигляді процеси виявлення, розпізнавання та ідентифікації ворожих цілей і вплив на них факторів зовнішнього середовища, хоча передбачає можливість врахування ймовірностей відповідних подій у неявному вигляді в рамках виділених в моделі станів. Зокрема, в моделі [5] процеси виявлення, розпізнавання та ідентифікації передбачає стан  $E_{вп}$  виявлення противника. Саме тому введений в роботі [5] стан  $E_{вп}$  виявлення противника в роботі [8] називається етапом збору даних (зд, англ.: data acquisition) і розщеплюється на три стани: виявлення ворожої цілі (ввц)  $E_{ввц}$ , розпізнавання ворожої цілі (рвц)  $E_{рвц}$  та ідентифікації ворожої цілі (івц)  $E_{івц}$ . Іншою відмінністю між моделями [5] та [8] є те, що введені в моделі [5] вихідний стан  $E_{вс}$  та стан маршу,  $E_M$  в роботі [8] об'єднані в один стан початку спостереження (нс)  $E_{нс}$ . Множина станів,

$$E^{[8]} = \{E_{вс}, E_{нс}, E_{ввц}, E_{рвц}, E_{івц}, E_{бз}, E_{увц}, E_{нвц}\}, \quad (3)$$

розглянутих в роботі [8], включає шість непоглинаючих станів

$$E_{нпгс}^{[8]} = \{E_{вс}, E_{нс}, E_{ввц}, E_{рвц}, E_{івц}, E_{бз}\} \quad (4)$$

та два поглинаючі стани  $E_{увц}$  та  $E_{нвц}$ . Як наслідок, ймовірність виконання завдання на ураження зразком БТО ворожої цілі в моделі [8] є добутком шести ймовірностей відповідних переходів. Надалі, для зручності називатимемо модель [5] базовою моделлю, а модель [8] проміжною моделлю.

**Метою статті** є розробка узагальненої математичної моделі вирішення вогневих задач екіпажем танка, в якій стан початку спостереження  $E_{нс}$ , введений в роботі [8], розщеплений на два стани маршу  $E_M$  та власне початку спостереження  $E_{нс}$ . Ці два стани передбачають зовсім різні незалежні ризики, і, як наслідок, різні ймовірності відповідних переходів. Тому повинні розглядатися як два окремі стани. Таким чином, узагальнена математична модель (умм), яка розглядається в цій роботі, включає такі стани:

$$E^{умм} = \{E_{вс}, E_M, E_{нс}, E_{ввц}, E_{рвц}, E_{івц}, E_{бз}, E_{увц}, E_{нвц}\}, \quad (5)$$

з яких сім станів

$$E_{нпгс}^{умм} = \{E_{вс}, E_M, E_{нс}, E_{ввц}, E_{рвц}, E_{івц}, E_{бз}\} \quad (6)$$

є непоглинаючими, а стани  $E_{увц}$  та  $E_{нвц}$  – поглинаючими.

### УЗАГАЛЬНЕНА МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ВИРІШЕННЯ ВОГНЕВИХ ЗАДАЧ ЕКІПАЖЕМ ТАНКА ЗА ДОПОМОГОЮ БКПСК

Множина станів, задана виразом, утворює послідовність подій у формі ланцюга Маркова, граф якого представлено на рис. 1.

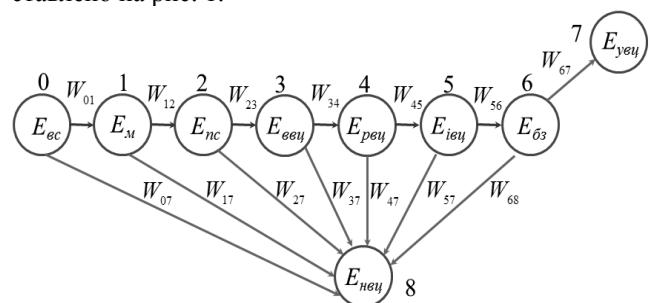


Рис. 1. Граф ланцюга Маркова для узагальненої моделі процесу виконання завдання на ураження ворожої цілі із застосуванням танка

Граничний розподіл ймовірностей  $\vec{\pi}$  ланцюга Маркова знаходимо із рівняння на власні значення та власні вектори.

$$\vec{\pi}(\alpha)W = \vec{\pi}(\alpha), \quad (7)$$

де  $W$  – матриця переходів вздовж ланцюга Маркова. Значення індексів елементів матриці ідентифіковано на рис. 1 так, що елемент  $W_{01}$  задає ймовірність переходу з 0-го вихідного стану  $E_{вс}$  в 1-ий стан маршу  $E_M$  і так далі

$$W = \begin{bmatrix} 0 & W_{01} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & W_{08} \\ 0 & 0 & W_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & W_{18} \\ 0 & 0 & 0 & W_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 & W_{28} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & W_{34} & 0 & 0 & 0 & W_{38} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & W_{45} & 0 & 0 & W_{48} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & W_{56} & 0 & W_{58} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & W_{67} & W_{68} \\ \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1-\alpha \\ \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1-\alpha \end{bmatrix} \quad (8)$$

Фізичний зміст елементів матриці  $W$  детально описано в роботах [5] та [8]. Ця модель включає два поглинаючі стани, а саме: 7-ий стан  $E_{увц}$  та 8-ий стан  $E_{невц}$ . Малий параметр  $\alpha$ , введений в матриці  $W$  у виразі, позначає ненульову ймовірність переходів відразу із 0-го стану  $E_{вс}$  в 7-ий стан  $E_{увц}$  ураження ворожої цілі чи у 8-ий стан  $E_{невц}$  неураження ворожої цілі. В такому разі самопоглинаючі переходи із 7-го стану  $E_{увц}$  в самого себе та із 8-го стану  $E_{невц}$  в самого себе будуть відповідати ймовірності, рівній  $1 - \alpha$ . Введення малого параметра  $\alpha$  запобігає зацикленню системи в поглинаючих станах [5]. Таким чином, приймаємо:

$$\begin{cases} W_{07} = W_{вс \rightarrow увц} = \alpha; \\ W_{77} = W_{увц \rightarrow увц} = 1 - \alpha; \\ W_{08} = W_{вс \rightarrow невц} = \alpha; \\ W_{88} = W_{невц \rightarrow невц} = 1 - \alpha. \end{cases} \quad (9)$$

Ймовірність переходу із стану  $i$  в стан  $j$  позначатимемо  $W_{ij}$ . Перехід стає можливим завдяки одній чи декільком певним подіям, тому величина  $W_{ij}$  визначається факторами, що супроводжують (роблять можливим чи унеможливають) ці події. Ймовірність переходу із одного стану в інший є більш загальним поняттям у порівнянні із ймовірністю конкретної події, яка супроводжує перехід зі стану в стан. Щоб відрізнити ймовірність переходу із одного стану в інший від ймовірності конкретної події, позначатимемо її (ймовірність конкретної події) символом  $P_j$ , де  $j$  вказує на конкретну подію. Наприклад, ймовірність  $W_{12}$  переходу зі стану  $E_M$  в стан  $E_{пс}$  визначається ймовірністю  $P_{пс}$  постановки завдання старшим командиром командирів екіпажу танка на припинення маршу та початок спостереження у визначеному секторі так, що  $P_{пс} = 1$ , якщо завдання на спостереження поставлено та  $P_{пс} = 0$ , якщо спостереження не ведеться, противник не виявлений. Визначення проміжних значень ймовірності  $P_{пс}$  прийняття рішення на виконання завдання (в даному випадку спостереження) бойовою одиницею (в даному випадку екіпажем танка) – це окрема задача, яка може бути вирішена із застосуванням теорії прийняття рішень (англ.: decision-making theory) [9]. Зазначимо, що ймовірність переходу зі стану  $E_{вс}$  в стан  $E_M$  визначається роботою керівних органів з розвідки ворожої цілі, ймовірністю появи ворожої цілі на передбачуваній ділянці, типом організації (платформо-центричної чи мережецентричної) командних органів, ступеня релевантності вхідної інформації і т. п. В сукупності ці фактори визначають ймовірність поста-

новки завдання на початок маршу. Тому в даному випадку приймаємо, що ймовірність  $W_{01}$  переходу із 0-го вихідного стану  $E_{вс}$  в 1-ий стан  $E_M$  повністю і однозначно визначається ймовірністю  $P_M$  прийняття рішення на виконання маршу, тобто

$$W_{01} = W_{вс \rightarrow M} = P_M; \quad (10)$$

В загальному випадку ймовірність  $W_{01}$  доповнює до одиниці ймовірність  $W_{08}$  неможливості переходу зі стану  $E_{вс}$  в стан  $E_M$ . В даному випадку неможливість переходу зі стану  $E_{вс}$  в стан  $E_M$  еквівалентна неураженню ворожої цілі (невц), тобто відповідає переходу із 0-го стану  $E_{вс}$  у 8-ий стан  $E_{невц}$  (рис. 1). Тому

$$W_{08} = W_{вс \rightarrow невц} = 1 - W_{01}. \quad (11)$$

Ймовірність переходу із 1-го стану  $E_M$  в 2-ий стан  $E_{пс}$  визначається ймовірністю постановки завдання командиром танка на припинення маршу та початок спостереження у визначеному секторі, тобто

$$W_{12} = W_{M \rightarrow пс} = P_{пс}. \quad (12)$$

Відповідно, неможливість переходу з 1-го стану  $E_M$  в 2-ий стан  $E_{пс}$  еквівалентна переходу з 1-го стану  $E_M$  в 8-ий стан  $E_{невц}$ , тобто

$$W_{18} = W_{M \rightarrow невц} = 1 - P_{пс}. \quad (13)$$

Ймовірність переходу із 2-го стану  $E_{пс}$  в 3-й стан  $E_{ввц}$  визначається ймовірністю виявлення ворожої цілі (ввц)

$$W_{12} = W_{пс \rightarrow ввц} = P_{ввц}. \quad (14)$$

Ймовірність виявлення ворожої цілі  $P_{ввц}$  на практиці можна визначати за моделлю Джонсона [10] чи за більш сучасною її версією – моделлю ефективності задачі прицілювання (англ.: Targeting Task Performance, скорочено ТТР) [11]. У моделях [10, 11] ймовірність  $P_{ввц}$  визначається розміром та контрастом (точніше – видимістю) цілі в окулярі ПСК чи на моніторі БПСК. Детальніше методику визначення ймовірності виявлення ворожої цілі обговоримо в наступному параграфі.

Відповідно, неможливість переходу з 2-го стану  $E_{пс}$  в 3-й стан  $E_{ввц}$  еквівалентна переходу з 2-го стану  $E_{пс}$  у 8-й стан  $E_{невц}$  (рис. 1), тобто

$$W_{28} = W_{пс \rightarrow невц} = 1 - P_{ввц}. \quad (15)$$

Ймовірність переходу з 3-го стану виявлення ворожої цілі  $E_{ввц}$  в 4-й стан її розпізнавання  $E_{рвц}$  позначатимемо  $P_{рвц}$ , а символом  $P_{івц}$  відповідно ймовірність переходу з 4-го стану розпізнавання ворожої цілі  $E_{рвц}$  в 5-й стан її ідентифікації  $E_{івц}$ . Ймовірності обох цих переходів та доповнюючих до них переходів у 8-й стан, що відповідає неможливості цих переходів, визначаються технічними характеристиками системи управління вогнем танка, у тому числі ПСК чи БПСК. Подібно як і ймовірність виявлення ворожої цілі  $P_{ввц}$ , ймовірності розпізнавання  $P_{рвц}$  та ідентифікації ворожої цілі  $P_{івц}$  визначаються за моделлю [10] чи [11] і будуть обговорені нижче.

Таким чином,

$$W_{34} = W_{ввц \rightarrow рвц} = P_{рвц}. \quad (16)$$

$$W_{38} = W_{\text{ввц} \rightarrow \text{нвц}} = 1 - P_{\text{рвц}}. \quad (17)$$

$$W_{45} = W_{\text{рвц} \rightarrow \text{івц}} = P_{\text{івц}}. \quad (18)$$

$$W_{48} = W_{\text{рвц} \rightarrow \text{нвц}} = 1 - P_{\text{івц}}. \quad (19)$$

Ймовірність переходу із 5-го стану ідентифікації ворожої цілі  $E_{\text{івц}}$  в 6-й стан бойового зіткнення  $E_{\text{бз}}$  визначається технічною надійністю механізму заряджання гармати, системи управління вогнем, що у сукупності визначає ймовірність використання зброї, тоді

$$W_{56} = W_{\text{івц} \rightarrow \text{бз}} = P_{\text{бз}}. \quad (20)$$

$$W_{58} = W_{\text{бз} \rightarrow \text{нвц}} = 1 - P_{\text{бз}}. \quad (21)$$

У подальшому, ймовірність переходу з 6-го стану бойового зіткнення  $E_{\text{бз}}$  в 7-й стан ураження ворожої цілі  $E_{\text{увц}}$  чи у 8-й стан неуразення ворожої цілі  $E_{\text{нвц}}$  визначається ймовірністю ураження ворожої цілі  $P_{\text{увц}}$ , тобто ймовірністю влучання у ціль, яка визначається тактико-технічними характеристиками БТО, з якого здійснюється ураження ворожої цілі.

$$W_{67} = W_{\text{бз} \rightarrow \text{увц}} = P_{\text{увц}}. \quad (22)$$

$$W_{68} = W_{\text{бз} \rightarrow \text{нвц}} = 1 - P_{\text{увц}}. \quad (23)$$

Граничний розподіл для ланцюга Маркова зі скінченною множиною станів знаходимо у формі вектор-рядка  $\vec{\pi}(\alpha) = [\pi_0(\alpha), \pi_1(\alpha), \pi_2(\alpha), \pi_3(\alpha), \pi_4(\alpha), \pi_5(\alpha), \pi_6(\alpha), \pi_7(\alpha), \pi_8(\alpha)]$  із рівняння на власні значення і власні вектори матриці  $W$  для власного значення, рівного 1:

$$\vec{\pi}(\alpha) = \vec{\pi}(\alpha)W. \quad (24)$$

Підстановкою матриці переходів у рівняння отримуємо компоненти вектора  $\vec{\pi}(\alpha)$  у вигляді:

$$\vec{\pi}(\alpha) = \begin{bmatrix} \pi_0(\alpha) = \alpha(\pi_7(\alpha) + \pi_8(\alpha)); \\ \pi_1(\alpha) = \pi_0(\alpha)W_{01}; \\ \pi_2(\alpha) = \pi_1(\alpha)W_{12}; \\ \pi_3(\alpha) = \pi_2(\alpha)W_{23}; \\ \pi_4(\alpha) = \pi_3(\alpha)W_{34}; \\ \pi_5(\alpha) = \pi_4(\alpha)W_{45}; \\ \pi_6(\alpha) = \pi_5(\alpha)W_{56}; \\ \pi_7(\alpha) = \pi_6(\alpha)W_{67} + (1-\alpha)\pi_7(\alpha); \\ \pi_8(\alpha) = \pi_0(\alpha)W_{08} + \pi_1(\alpha)W_{18} + \pi_2(\alpha)W_{28} + \pi_3(\alpha)W_{38} + \\ + \pi_4(\alpha)W_{48} + \pi_5(\alpha)W_{58} + \pi_6(\alpha)W_{68} + (1-\alpha)\pi_8(\alpha). \end{bmatrix}^{Tr} \quad (25)$$

Верхній індекс  $Tr$  у рівнянні (25) відповідає операції транспонування, що вказує на те, що  $\vec{\pi}(\alpha)$  є вектором-рядком.

Із системи рівняння (25) отримуємо

$$\pi_7(\alpha) = (\pi_7(\alpha) + \pi_8(\alpha))W_{01}W_{12}W_{23}W_{34}W_{45}W_{56}W_{67}. \quad (26)$$

Оскільки події ураження  $E_7$  та неуразення  $E_8$  ворожої цілі є взаємно виключними подіями, то

$$\lim_{\alpha \rightarrow 0} (\pi_7(\alpha) + \pi_8(\alpha)) = 1. \quad (27)$$

Із виразів (26) та (27) отримуємо для граничної ймовірності ураження цілі

$$\pi_7 = \lim_{\alpha \rightarrow 0} \pi_7(\alpha) = W_{01}W_{12}W_{23}W_{34}W_{45}W_{56}W_{67}. \quad (28)$$

Підставивши рівняння (10), (14), (16), (18), (20) і (22) в рівняння (28), отримуємо:

$$\pi_7 = P_M P_{nc} P_{\text{ввц}} P_{\text{рвц}} P_{\text{івц}} P_{\text{бз}} P_{\text{увц}}. \quad (29)$$

## ОБГОВОРЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ

Граф ланцюга Маркова, розглянутий в цій роботі, топологічно еквівалентний графам, розглянутим в роботах [5, 8]. В усіх трьох випадках (цієї роботи та статей [5, 8]) графи включають лише два поглинаючі стани  $E_{\text{увц}}$  та  $E_{\text{нвц}}$ , переходи в які відповідають взаємно виключним подіям, відповідно, ураженню та неуразенню ворожої цілі. Математичним вираженням цього твердження є вираз (27). Переходи із усіх інших попередніх станів відбуваються однаково в усіх трьох випадках (цієї роботи та статей [5, 8]), а саме шляхом переходу в наступний непоглинаючий стан, або у поглинаючий стан  $E_{\text{нвц}}$ . Як наслідок, в обох випадках вирази для граничних ймовірностей ураження ворожої цілі є добутком ймовірностей переходів між непоглинаючими станами. Відмінність між виразами для граничної ймовірності, заданими рівнянням (28), та отриманими в роботах [5, 8] полягає у кількості множників та у їхньому фізичному змісті. Кількість множників у виразі для граничної ймовірності ураження дорівнює кількості непоглинаючих станів. В цій моделі маємо 7 непоглинаючих станів і, як наслідок, 7 множників, що відповідають переходам між станами. Відповідно, моделі, що розглянуті в роботах [5] та [8], включають 4 та 6 непоглинаючих стани і, як наслідок, вираз для граничної ймовірності, отриманий в роботі [5], є добутком чотирьох ймовірностей, а у роботі [8] – добутком шести ймовірностей, що відповідають переходам між станами. Множина непоглинаючих станів  $E_{\text{нпгс}}^{[8]}$  в моделі [8], задана виразом (4), яка є підмножиною усіх станів  $E^{[8]}$  моделі [8], була отримана із відповідної множини непоглинаючих станів  $E_{\text{нпгс}}^{[5]}$  моделі [5], шляхом розщеплення стану виявлення противника  $(\text{вн}) E_{\text{вн}} \in E_{\text{нпгс}}^{[5]}$  у підмножину станів  $\{E_{\text{ввц}}, E_{\text{рвц}}, E_{\text{івц}}\} \in E_{\text{нпгс}}^{[8]}$  та злиттям підмножини  $\{E_{\text{вс}}, E_M\} \in E_{\text{нпгс}}^{[5]}$  в елемент  $E_{\text{вс}} \in E_{\text{нпгс}}^{[8]}$ . Для того, щоб отримати модель, яка є узагальненням моделей [5] та [8], ми розщепили елемент  $E_{\text{вс}} \in E_{\text{нпгс}}^{[8]}$  у підмножину  $\{E_{\text{вс}}, E_M\}$  та отримали множину  $E_{\text{нпгс}}^{\text{УММ}}$  непоглинаючих станів, задану виразом (6), і яка є підмножиною усіх

станів  $E_{\text{УММ}}$  узагальненої математичної моделі (УММ). Оскільки усі стани множини  $E_{\text{НПЗС}}^{\text{УММ}}$  є непоглинаючими, то граф, що зображає переходи між станами множини  $E_{\text{УММ}}$  (рис. 1), є топологічно еквівалентним графу моделі [8], але відрізняється наявністю додаткового непоглинаючого стану  $E_m$ , якому присвоєно номер 1. Наслідком топологічної еквівалентності графів базової [5], проміжної [8] та узагальненої моделей є те, що гранична ймовірність ураження ворожої цілі у всіх трьох випадках є добутком ймовірностей переходів між послідовними станами і, відповідно включає 4 множники в базовій моделі [5], 6 множників в проміжній моделі [8] та 7 множників в узагальненій моделі в цій роботі (вираз (28)). Ймовірності переходів  $W_{01}$ ,  $W_{12}$ ,  $W_{23}$ , детально обговорені в роботах [5, 8], тому не будемо аналізувати їх. Натомість обговоримо ймовірності  $W_{34}=P_{\text{вви}}$ ,  $W_{45}=P_{\text{рви}}$ ,  $W_{56}=P_{\text{іви}}$ , що відповідають переходам в стани виявлення, розпізнавання та ідентифікації ворожої цілі.

Ймовірності виявлення  $P_{\text{вви}}$ , розпізнавання  $P_{\text{рви}}$  та ідентифікації  $P_{\text{іви}}$  є функціями технічних характеристик ПСК, дальності до цілі і стану зовнішнього середовища. Цікаво, що ці три ймовірності, які відповідають стану виявлення противника  $E_{\text{вн}}$  в базовій моделі [5], сукупно відповідають процесу, який в літературі називають збором даних (англ.: data acquisition). Ефективність цього процесу описують ймовірністю збору даних (зд), яка інтуїтивно в роботі [12] обчислюється як добуток ймовірностей виявлення, розпізнавання та ідентифікації, тобто

$$P_{\text{зд}} = P_{\text{вви}} P_{\text{рви}} P_{\text{іви}} \quad (30)$$

Доведення цього твердження проведено в роботі [8] в рамках проміжної моделі Маркова. Такий же результат підтверджується виразом (29), отриманим в цій роботі в рамках узагальненої моделі, а саме: у виразі (29), для граничної ймовірності ураження ворожої цілі  $P_{\text{вви}}$ ,  $P_{\text{рви}}$  та  $P_{\text{іви}}$  також входять у вигляді добутку. Ймовірності виявлення, розпізнавання та ідентифікації ворожої цілі можна обчислити за методикою Джонсона [10] чи за методикою ТТР [11], використовуючи загальну формулу

$$P_{\text{задачи}}(x) = \frac{\left(x/x_{50}^{\text{задачи}}\right)^y}{1 + \left(x/x_{50}^{\text{задачи}}\right)^y}, \quad (31)$$

де індекс “задачи” приймає одне із трьох значень: “вви”, “рви” чи “іви” так, що  $P_j^{\text{вви}}$ ,  $P_j^{\text{рви}}$ ,  $P_j^{\text{іви}}$  – ймовірності, відповідно, виявлення, розпізнавання та ідентифікації ворожої цілі  $j$ -им каналом БКПСК у поточних умовах;  $n$  – кількість каналів БКПСК.

Ймовірність застосування зброї  $P_{\text{оз}}$  є функцією технічної надійності механізму заряджання гармати та зовнішньої цілевказівки; ймовірність влучення в ціль  $P_{\text{увч}}$

де індекс “задачи” в обох частинах виразу (31) приймає одне із трьох значень: “вви”, “рви” чи “іви”; змінна  $x$  позначає видимість конкретної цілі в окулярі ПСК чи на моніторі БКПСК, а величина  $x_{50}^{\text{задачи}}$  позначає видимість цілі, яка забезпечує 50 %-ну ймовірність виконання відповідної задачі виявлення, розпізнавання чи ідентифікації. В моделі Джонсона [10] величини  $x$  та  $x_{50}^{\text{задачи}}$  – це кількість штрихів  $N$  візирної лінійки, що накладаються на спостережувану ціль та відповідно кількість штрихів  $N_{50}^{\text{задачи}}$  візирної лінійки, яка забезпечує 50 %-ну ймовірність виконання відповідної задачі. В літературі є таблиці, які задають величини  $N_{50}^{\text{задачи}}$  для різних типів цілей (наприклад, [12]). В моделі ТТР [11] величини  $x$  та  $x_{50}^{\text{задачи}}$  – це інтегральна кількість штрихів  $V$ , що обчислюється за певною формулою (наприклад, [12]) для даної спостережуваної цілі та відповідно інтегральна кількість штрихів  $V_{50}^{\text{задачи}}$ , яка забезпечує 50 %-ну ймовірність виконання відповідної задачі. В той час як величини  $N$  та  $N_{50}^{\text{задачи}}$  в моделі Джонсона – це розмір зображення цілі та розмір, що забезпечує 50 %-ну ймовірність виконання відповідної задачі, виміряні за допомогою візирної лінійки, в моделі ТТР [11] величини  $V$  та  $V_{50}^{\text{задачи}}$  – це видимості цілі, які є функціями розміру та контрасту зображення цілі. Величини  $N$  та  $V$  пов’язані лінійним співвідношенням

$$V = \chi N - V^{(0)}, \quad (32)$$

де  $\chi$  та  $V^{(0)}$  – деякі константи. Наші теоретичні дослідження показують, що сигмоїдна функція може бути успішно замінена її лінійною апроксимацією, що значно спрощує та пришвидшує розрахунки.

При використанні БКПСК з кількістю  $n$  каналів, ймовірність повної розвідки цілі БКПСК танка буде мати вигляд для відповідної задачі виявлення, розпізнавання чи ідентифікації ворожої цілі

$$P^{\text{задачи}} = 1 - (1 - P_1^{\text{задачи}})(1 - P_2^{\text{задачи}}) \dots (1 - P_{n-1}^{\text{задачи}})(1 - P_n^{\text{задачи}}) = 1 - \prod_{j=1}^n (1 - P_j^{\text{задачи}}), \quad (33)$$

є функцією роботи системи керування вогнем, пострілу, польоту снаряду. Включення зазначених функцій у вираз (29) з наступним її параметричним дослідженням дозволить аналітично дослідити вплив тактико-технічних характеристик і параметрів зовнішнього середовища на ефективність ведення розвідки ворожих цілей на полі бою екіпажем танка, їх супроводження та знищення.

**ВИСНОВКИ**

В статті запропоновано математичну модель виконання вогневих задач екіпажем танка з багатоканальним прицільно-спостережним комплексом, яка включає наступну послідовність станів: вихідний стан зразка бронетанкового озброєння в районі зосередження, марш із місця зосередження до передбаченого місця бою, початок спостереження, виявлення, розпізнавання та ідентифікація противника, бойове застосування зразка бронетанкового озброєння, ураження/неураження ворожої цілі, які утворюють ланцюг Маркова. Граничний розподіл ймовірностей, отриманий як розв'язок рівняння на власні значення та власні вектори, дає ймовірність виконання вогневої задачі екіпажем танка, як функцію ймовірностей переходів між відповідними станами. В роботі показано, що вирази для граничних ймовірностей ураження ворожої цілі є добутком ймовірностей переходів між непоглинаючими станами. Як наслідок, кількість множників у виразі для граничної ймовірності ураження дорівнює кількості непоглинаючих станів. В цій моделі маємо сім непоглинаючих станів і, як наслідок, сім множників, що відповідають переходам між станами. Теоретично доведено, що ефективність процесу збору даних обчислюється як добуток ймовірностей виявлення, розпізнавання та ідентифікації цілі.

**СПИСОК ПОСИЛАНЬ**

1. Сучасний стан і перспективи розвитку прицільних комплексів зразків бронетанкового озброєння / Я.Є. Хаустов, Д.Є. Хаустов, Ю.А. Настишин, В.І. Гордієнко, Є.В. Рижов. Військ.-техн. зб. 2019. № 20. С. 48—57. <https://doi.org/10.33577/2312-4458.20.2019.48-57>.
2. Онипко О.Б., Борисюк М.Д., Бусяк Ю.М. Концептуальное проектирование объектов бронетанковой техники: монография. Харьков: НТУ «ХПИ». 2008. 196 с.
3. Борисюк М.Д., Бусяк Ю.М., Магерамов Л.К. Модернизация танкового парка сухопутных войск – насущная задача в процессе реформирования вооруженных сил Украины. Интегрированные технологии и энергосбережение. 2005. № 2. С. 101—103.
4. Бусяк Ю.М., Анипко О.Б., Заозерский В.В. От конкуренции – к интеграции: перспективные направления сотрудничества со странами НАТО в области бронетанковых и артиллерийских систем вооружения. Сб. научн. тр. Харьков: ХУПС. 2006. № 2(8). С. 37—38.
5. Анипко О.Б., Бусяк Ю.М., Бирюков И.Ю. Аналитическая марковская модель функционирования комплекса вооружения танка. Сб. научн. тр. Харьков: ХУПС. 2012. № 2 (31). С. 78—81.
6. Васьковский М.И. Математическая модель функционирования образца бронетанкового вооружения, оснащенного информационно-управляющей системой. Артиллерийское и стрелковое вооружение. 2011. № 1(38). С. 6—11.
7. Мочерад В.С. Математична модель вирішення вогневих задач екіпажем танка. Системи озброєння і військова техніка. 2015. № 1(41). С. 43—45.

8. Хаустов Д.Є., Хаустов Я.Є., Соколовський В.В. Математична модель виконання вогневих задач екіпажем танка на полі бою. Зб. наук. пр. НА НГУ. 2020. № 2(36). С. 63—69. <https://doi.org/10.33405/2409-7470/2020/2/36/223584>.
9. Майстренко О.В. Використання підходів теорії масового обслуговування для удосконалення моделі прийняття рішення на виконання завдань з вогневого ураження противника. Зб. наук. пр. ЦВСД. 2016. № 1(56). С. 35—41. <https://doi.org/10.33099/2304-2745/2016-1-56/35-41>.
10. Johnson, J. (1958). Analysis of image forming systems. Technical report. U.S. Army Engineer Research and Development Laboratories. Available at: <https://home.cis.rit.edu/~cnspci/references/johnson1958.pdf>.
11. Vollmerhausen, R.H. & Eddie, Jacobs. (2004). The Targeting Task Performance (TTP) Metric. A New Model for Predicting Target Acquisition Performance. Technical Report AMSEL-NV-TR-230. Available at: <https://apps.dtic.mil/dtic/tr/fulltext/u2/a422493.pdf>.
12. Sonesson, M.A. (2004). Probabilistic Approach to Conceptual Sensor Modeling: Dissertation... Independent thesis Basic level (professional degree): 18.05.2004. Linköpings Universitet, Linköping, Sweden.

**REFERENCES**

1. Khaustov, Ya.Ye., Khaustov, D.Ye., Nastishin, Yu.A., Gordienko, V.Iv. & Ryzhov, Ye.V. (2019), “Suchasnyi stan i perspektyvy rozvytku prytilynykh kompleksiv zrazkiv bronetankovoho ozbroennia” [Current state and prospects for the further development of the sighting systems of armored force vehicles], *Military Technical Coll.* No 20. Pp. 48—57. <https://doi.org/10.33577/2312-4458.20.2019.48-57>.
2. Onypko, O.B., Borysiuk, M.D. & Busiak, Yu.M. (2008), “Kontseptualnoe proektirovanie obektov bronetankovoi tehniki” [Conceptual design of armored vehicles], *Science j. NTU “KhPI”, Kharkiv*, 196 p.
3. Borisjuk, M.D., Busyak, Yu.M. & Mageramov, L.K. (2005), “Modernizatsiia tankovogo parka suboputnyih voisk – nasuschnaia zadacha v protsesse reformirovaniia vooruzhennykh sil Ukrainy” [Modernization of the tank fleet of ground forces is an urgent task in the process of reforming the Armed Forces of Ukraine], *Science j. NTU “KhPI”: Integrated Technologies and Energy Saving.* No 2. Pp. 101—103.
4. Busyak, Yu.M., Anipko, O.B. & Zaozerskiy, V.V. (2006). “Ot konkurentsii – k integratsii: perspektivnye napravleniia sotrudnichestva so stranami NATO v oblasti bronetankovykh i artilleriyskikh sistem vooruzheniia” [From competition to integration: promising areas of cooperation with NATO countries in the field of armored and artillery weapons systems], *Scientific Works of Kharkiv Nat. Air Force Univ.* No 2(8). Pp. 37—38.
5. Anipko, O.B., Busyak, Yu.M. & Biryukov, I.Yu. (2012). “Analiticheskaia markovskaia model funktsionirovaniia kompleksa vooruzheniia tanka” [Analytical Markov model of the weapon system of the tank], *Scientific Works of Kharkiv Nat. Air Force Univ.* No 2(31). Pp. 78—81.

6. Vaskovsky, M.I. (2011). "Matematicheskaia model funktsionirovaniia obraztsa bronetankovogo vooruzheniia, osnashchennogo informatsionno-upravliayushei sistemoi" [Mathematical model of functioning of a sample of armored weapons equipped with an information-control system], Artillery and small arms. No 1. Pp. 6—11.
7. Mocherad, V.S. (2015), "Matematychna model vyrishennia vohnevnykh zadach ekipazhem tanka" [Mathematical model solutions fire missions tank crew], Systems of Arms and Military Equipment. No 1(41). Pp. 43—45.
8. Khaustov, D., Khaustov, Ya. & Sokolovskii, V. (2020). "Matematychna model vykonannia vohnevnykh zadach ekipazhem tanka na poli boiu" [Mathematical model of implementation of fire tasks by tank crew on the battlefield], Coll. of scientific works of the Nat. Acad. of the Nat. Guard of Ukraine. No 2(36). Pp. 63—69. <https://doi.org/10.33405/2409-7470/2020/2/36/223584>.
9. Maistrenko, A.V. (2016). "Vykorystannia pidkhodiv teorii masovoho obsluhovuvannia dlia udoskonalennia modeli pryiniattia rishennia na vykonannia zavdan z vohnevoho urazhennia protyvnyka" [Taking approach mass service theory for the improvement of model of decision-making on implementation tasks of fire defeat of opponent], Coll. of scientific works of the Center for Military and Strategic Studies. No 1(56). Pp. 35—41. <https://doi.org/10.33099/2304-2745/2016-1-56/35-41>.
10. Johnson, J. (1958). Analysis of image forming systems. Technical report. U.S. Army Engineer Research and Development Laboratories. Available at: <https://home.cis.rit.edu/~cnspci/references/johnson1958.pdf>.
11. Vollmerhausen, R.H. & Eddie, Jacobs. (2004). The Targeting Task Performance (TTP) Metric. A New Model for Predicting Target Acquisition Performance. Technical Report AMSEL-NV-TR-230. Available at: <https://apps.dtic.mil/dtic/tr/fulltext/u2/a422493.pdf>.
12. Sonesson, M.A. (2004). Probabilistic Approach to Conceptual Sensor Modeling: Dissertation... Independent thesis Basic level (professional degree): 18.05.2004. Linköpings Universitet, Linköping, Sweden.

**Khaustov D., Burashnikov O., Khaustov Ya.,  
Nastishin Yu.**

### EXTENDED MATHEMATICAL MODEL OF EXECUTION OF FIRE TASKS BY THE TANK CREW

*To determine the rational parameters of the sightseeing complex of armored vehicles, it is necessary to design a mathematical model capable to account for the process of target reconnaissance and possibility to determine the expected increase in combat effectiveness of weapons samples, as well as the impact of full range of natural and artificial obstacles.*

*In a number of scientific works in recent years, mathematical models have been developed to evaluate information processes for the samples of armored armament, though without taking into account the influence of external factors on the process of reconnaissance and destruction of the target. Also, these models do not allow one to estimate the expected increase in combat effectiveness because they do not take into account the characteristics of modern multichannel sightseeing systems with the integration of information received from different channels, environmental parameters. A Markov analytical model was proposed in the literature to describe the functioning of the tank armament complex. This model serves as a basic platform to develop more advanced models by detailing certain states and transitions between them.*

*In this paper we propose a mathematical model of fire tasks performed by a tank crew equipped with a multi-channel sightseeing complex, in which the state of observation considered in previous publications is separated into two states: march and actual observation, and the state of data acquisition into three states: detection, recognition and identification of enemy targets. The corresponding states involve completely different independent risks and, as a consequence, different probabilities of the corresponding transitions. Thereby, they should be considered as separate states. Namely, the developed mathematical model of fire tasks by the tank crew includes the following sequence of states: the initial state of the sample of armored weapons in the area of concentration, march from the place of concentration to the intended place of battle, the beginning of observation, detection, recognition and identification of the target, combat application of the armament, defeat/non-defeat of the enemy target, which form the Markov chain. The stationary probability distribution obtained as the solution of the equation on eigenvectors and eigenvalues gives the probability of performance of the fire task by the tank crew as a function of probabilities of transitions between the corresponding states.*

**Keywords:** *mathematical model of fire task execution, multi-channel sightseeing complex, Markov chain, probability of visual task execution on enemy defeat.*

**Відомості про авторів:****Хаустов Дмитро Євгенович**

кандидат технічних наук  
докторант штатний науково-організаційного відділу  
Національної академії сухопутних військ імені гетьмана  
Петра Сагайдачного  
м. Львів, Україна  
<https://orcid.org/0000-0001-5542-2831>

**Information about the authors:****Dmytro Khaustov**

Candidate of Technical Sciences  
Doctoral Student of Scientific and Organizational Department at  
the Hetman Petro Sahaidachnyi National Army Academy  
Lviv, Ukraine  
<https://orcid.org/0000-0001-5542-2831>

**Бурашніков Олег Олександрович**

старший науковий співробітник науково-дослідного відділу  
(інженерних військ) Наукового центру Сухопутних військ  
Національної академії сухопутних військ імені гетьмана  
Петра Сагайдачного  
м. Львів, Україна  
<https://orcid.org/0000-0001-9975-5021>

**Oleh Burashnikov**

Senior Staff Scientist of Research Department (engineering troops)  
of the Army Scientific Center at the Hetman Petro Sahaidachnyi  
National Army Academy  
Lviv, Ukraine  
<https://orcid.org/0000-0001-9975-5021>

**Хаустов Ярослав Євгенович**

ад'юнкт штатний науково-організаційного відділу  
Національної академії сухопутних військ імені гетьмана  
Петра Сагайдачного  
м. Львів, Україна  
<https://orcid.org/0000-0003-4553-0702>

**Yaroslav Khaustov**

Adjunct of Scientific and Organizational Department at the  
Hetman Petro Sahaidachnyi National Army Academy  
Lviv, Ukraine  
<https://orcid.org/0000-0003-4553-0702>

**Настішин Юрій Адамович**

доктор фізико-математичних наук, старший науковий  
співробітник  
провідний науковий співробітник науково-дослідного відділу  
(інженерних військ) Наукового центру Сухопутних військ  
Національної академії сухопутних військ імені гетьмана  
Петра Сагайдачного  
м. Львів, Україна  
<https://orcid.org/0000-0001-7521-3906>

**Yuriy Nastishin**

Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Senior Researcher  
Senior staff Scientist of Research Department (engineering troops)  
of the Army Scientific Center at the Hetman Petro Sahaidachnyi  
National Army Academy  
Lviv, Ukraine  
<https://orcid.org/0000-0001-7521-3906>

Стаття надійшла до редколегії 16.02.2021.