

УДК 519.67:006.954.3 (477)

DOI: [https://doi.org/10.34169/2414-0651.2019.3\(23\).84-98](https://doi.org/10.34169/2414-0651.2019.3(23).84-98)

В. Є. СІРЕНКО, кандидат економічних наук,
<https://orcid.org/0000-0002-0857-993X>

Є. Я. ДЕМЧЕНКО, здобувач, керівник науково-дослідного підрозділу,
<https://orcid.org/0000-0002-8743-993X>
(Центральний науково-дослідний інститут озброєння та військової техніки Збройних Сил України, м. Київ)

Деякі особливості хронологічних обчислень

Викладена суть проблеми перерахування календарних дат в часові інтервали між ними і навпаки, що виникає у процесі комп'ютерного оброблення результатів наукових досліджень, в яких задіяний часовий фактор та використовуються машинні методи обчислювальної математики.

Формалізовані основні закономірності григоріанського календаря. Сформульовані й доведені чотири теореми щодо вибору потрібного варіанту хронологічних обчислень. Запропоновані алгоритми вирішення дев'яти основних та двох допоміжних хронологічних завдань.

Ключові слова: хронологічні обчислення; григоріанський календар; комп'ютерні засоби; програмні продукти; машинні методи обчислювальної математики.

Изложена суть проблемы пересчёта календарных дат во временные интервалы между ними и наоборот, которая возникает в процессе компьютерной обработки результатов научных исследований, в которых задействован временной фактор и используется машинный метод вычислительной математики.

Формализованы основные закономерности григорианского календаря. Сформулированы и доказаны четыре теоремы, касающиеся выбора необходимого варианта хронологических вычислений. Предложены алгоритмы решения девяти основных и двух вспомогательных хронологических заданий.

Ключевые слова: хронологические вычисления; григорианский календарь; компьютерные средства; программные продукты; машинные методы вычислительной математики.

При комп'ютерному вирішенні цілого ряду наукових завдань, в яких присутній фактор часу і застосовуються чисельні математичні методи [2, 7] ми несподівано зіткнулись з суттєвою проблемою.

Навіть апробовані комп'ютерні засоби і відомі програмні продукти [6] починають в неприпустимій мірі викривляти хронологічну картину досліджуваних подій, якщо з'являється необхідність перерахування календарних дат в часові відрізки між ними і навпаки.

Дійсно, склалася така практика, що в офіційних документах (програми, контракти, договори, тощо), які формують вихідні дані для тих чи інших досліджень, як правило, використовуються календарні дати. У той же час алгоритми машинного оброблення результатів наукових експериментів і опрацювань, що побудовані на чисельних математичних методах [2, 7], оперують, в основному, часовими інтервалами між цими датами. Тобто постійно виникає потреба перетворення дат пізньої та ранньої подій у відповідний часовий період між ними і навпаки.

Скрупильозний аналіз комп'ютерних збоїв, які досить часто при цьому трапляються, привів до висновку, що їх причиною є недостатнє врахування у зазначених алгоритмах особливостей григоріанського літочислення [5, 8, 9].

До таких особливостей григоріанського календаря слід віднести однакову кількість місяців в календарному році, але різну кількість днів у високосних і невисокосних роках та різну кількість днів в різних місяцях [5, 8, 9].

Саме дані обставини зажадали додаткового вивчення існуючих закономірностей григоріанського літочислення та їх відповідної формалізації з метою удосконалення практики хронологічних обчислень.

Тут і далі використовуються наступні позначення основних хронологічних параметрів:

$D_1 D_2 \cdot M_1 M_2 \cdot G_1 G_2 G_3 G_4$ календарна дата, де:

D_1 – порядковий номер декади у місяці;

D_2 – порядковий номер дня у декаді;

$M_1 M_2$ – порядковий номер місяця у році;

G_1 – порядковий номер тисячоліття;

G_2 – порядковий номер століття у тисячолітті;

G_3 – порядковий номер десятиліття у столітті;

G_4 – порядковий номер року у десятилітті;

S – індекс ранньої події;

C – індекс пізньої події;

D – номер календарного дня у календарному місяці;

M – номер календарного місяця у календарному році;

G – номер календарного року;

ΔT_{G+M+D}^{C-S} – тривалість часового інтервалу між пізньою і ранньою подіями, що визначена в роках, місяцях та днях;

ΔT_{M+D}^{C-S} – тривалість часового інтервалу між пізньою і ранньою подіями, що визначена в місяцях та днях;

ΔT_D^{C-S} – тривалість часового інтервалу між пізньою і ранньою подіями, що визначена в днях;

- T_G^M – тривалість окремого року в місяцях; при $G_3 = 3G = 2030 + G_4$, де $G_4 = 0,1,2$. (27)
- T_G^D – тривалість окремого року у днях; Якщо $2030 \leq G \leq 2032$, то тоді: (28)
- T_M^D – тривалість окремого місяця у днях. $G_1 = 2, G_2 = 0, G_3 = 3, G_4 = G - 2030$.
- Мають місце наступні значення основних хронологічних параметрів та взаємозалежності між ними [5, 8, 9]:
- Якщо $2020 \leq G < 2030$, то тоді: (29)
- $D_1 = 0,1,2,3$, при цьому: $G_1 = 2, G_2 = 0, G_3 = 2, G_4 = G - 2020$.
- якщо $D_1 = 0$, то тоді $D_2 = 1,2,3,4,5,6,7,8,9$; (2) Якщо $2012 \leq G < 2020$, то тоді: (30)
- якщо $D_1 = 1,2$, то тоді $D_2 = 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9$; (3) $G_1 = 2, G_2 = 0, G_3 = 1, G_4 = G - 2010$
- якщо $D_1 = 3$, то тоді $D_2 = 0,1$. (4) Завжди: (31)
- Якщо $D_1 = 0$, то тоді $D = D_2$, де $G^C \geq G^S$;
- $D_2 = 1,2,3,4,5,6,7,8,9$. (5) якщо $G^C = G^S$, то тоді календарні дати ранньої та пізньої подій знаходяться у межах одного календарного року;
- Якщо $D_1 = 1$, то тоді $D = 10 + D_2$, де $D_2 = 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9$. (6) день дати ранньої події і день дати пізньої події входять в досліджуваний період;
- Якщо $D_1 = 2$, то тоді $D = 20 + D_2$, де $D_2 = 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9$. (7) $\Delta T_{G+M+D}^{C-S} \geq 0$; (32)
- Якщо $D_1 = 3$, то тоді $D = 30 + D_2$, де $D_2 = 0,1$. (8) $\Delta T_{M+D}^{C-S} \geq 0$; (33)
- Якщо $30 \leq D \leq 31$, то тоді $D_1 = 3, D_2 = D - 30$. (9) $\Delta T_D^{C-S} \geq 0$; (34)
- Якщо $20 \leq D < 30$, то тоді $D_1 = 2, D_2 = D - 20$. (10) $T_G^M = 12$. (35)
- Якщо $10 \leq D < 20$, то тоді $D_1 = 1, D_2 = D - 10$. (11)
- Якщо $1 \leq D < 10$, то тоді $D_1 = 0, D_2 = D$. (12)
- $M_1 = 0,1$, при цьому: (13)
- якщо $M_1 = 0$, то тоді $M_2 = 1,2,3,4,5,6,7,8,9$; (14)
- якщо $M_1 = 1$, то тоді $M_2 = 0,1,2$; (15)
- Якщо $M_1 = 0$, то тоді $M = M_2$, де $M_2 = 1,2,3,4,5,6,7,8,9$. (16)
- Якщо $M_1 = 1$, то тоді $M = 10 + M_2$, де $M_2 = 0,1,2$. (17)
- Якщо $10 \leq M \leq 12$, то тоді $M_1 = 1, M_2 = M - 10$. (18)
- Якщо $1 \leq M < 10$, то тоді $M_1 = 0, M_2 = M$. (19)
- Якщо обмежити досліджуваний період 2012-2032 роками, то тоді:
- $G_1 = 2$; (20)
- $G_2 = 0$; (21)
- $G_3 = 1,2,3$; (22)
- $G_4 = 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9$. (23)
- Якщо $G_1 = 2, G_2 = 0$, то тоді: (24)
- при $G_3 = 1G = 2010 + G_4$, де $G_4 = 2,3,4,5,6,7,8,9$; (25)
- при $G_3 = 2G = 2020 + G_4$ $G_3 = 2G = 2020 + G_4$, де $G_4 = 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9$; (26)
- Якщо $G/4 \in N$, де N – множина натуральних чисел, тобто у досліджуваному періоді (2012-2032 роки) $G = 2012, 2016, 2020, 2024, 2028, 2032$, то тоді $T_G^D = 366$ (так званий високосний рік). (36)
- При цьому для $M_1 = 0$ та $M_2 = 2$ або $M = 2 T_M^D = 29$. (37)
- Якщо $G/4 \notin N$, де N – множина натуральних чисел, тобто у досліджуваному періоді (2012-2032 роки) $G \neq 2012, 2016, 2020, 2024, 2028, 2032$, то тоді $T_G^D = 365$ (так званий невисокосний рік). (38)
- При цьому для $M_1 = 0$ та $M_2 = 2$ або $M = 2 T_M^D = 28$. (39)
- Якщо $M_1 = 0$, то тоді: для $M_2 = 1,3,5,7,8 T_M^D = 31$; (40)
- для $M_2 = 4,6,9 T_M^D = 30$. (41)
- Якщо $M_1 = 1$, то тоді: для $M_2 = 0,2 T_M^D = 31$; (42)
- для $M_2 = 1 T_M^D = 30$. (43)
- Якщо $M = 1, 3, 5, 7, 8, 10, 12$, то тоді $T_M^D = 31$; (44)
- Якщо $M = 4, 6, 9, 11$, то тоді $T_M^D = 30$. (45)
- В межах даної роботи практичний сенс мають наступні хронологічні завдання: розрахунок часового інтервалу між пізньою та ранньою подіями, коли відомі їх дати та $(D_1^S D_2^S \cdot M_1^C M_2^C \cdot G_1^C G_2^C G_3^C G_4^C$ та $D_1^S D_2^S \cdot M_1^S M_2^S \cdot G_1^S G_2^S G_3^S G_4^S$);

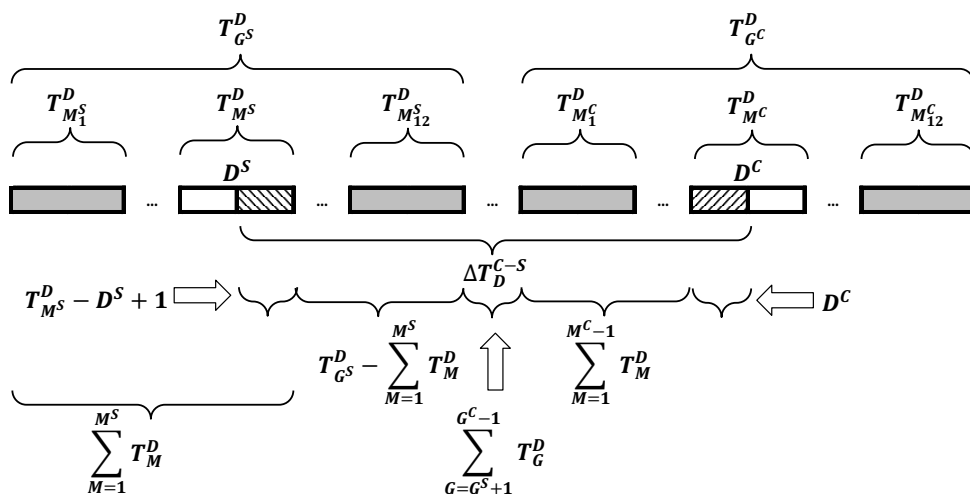


Рис. 1. Визначення тривалості часового інтервалу між пізньою і раною подіями в днях при $G^C > G^S$

розрахунок дати пізньої події $(D_1^C D_2^C \cdot M_1^C M_2^C \cdot G_1^C G_2^C G_3^C G_4^C)$, коли відома дата ранньої події $(D_1^S D_2^S \cdot M_1^S M_2^S \cdot G_1^S G_2^S G_3^S G_4^S)$, та часовий інтервал між ними;

розрахунок дати ранньої події $(D_1^S D_2^S \cdot M_1^S M_2^S \cdot G_1^S G_2^S G_3^S G_4^S)$, коли відома дата пізньої події $(D_1^C D_2^C \cdot M_1^C M_2^C \cdot G_1^C G_2^C G_3^C G_4^C)$ та часовий інтервал між ними.

При цьому часовий інтервал між пізньою та раною подіями може бути визначено або в днях (ΔT_D^{C-S}) , або в місяцях і днях (ΔT_{M+D}^{C-S}) , або в роках, місяцях і днях (ΔT_{G+M+D}^{C-S}) . На підставі [1, 3, 4, 10] нижче наведені рішення зазначених хронологічних завдань.

Хронологічне завдання 1

Визначення тривалості часового інтервалу в днях (ΔT_D^{C-S}) між пізньою $D_1^C D_2^C \cdot M_1^C M_2^C \cdot G_1^C G_2^C G_3^C G_4^C$ і раною $D_1^S D_2^S \cdot M_1^S M_2^S \cdot G_1^S G_2^S G_3^S G_4^S$ подіями.

Трансформація календарних дат ранньої й пізньої подій $D_1^S D_2^S \cdot M_1^S M_2^S \cdot G_1^S G_2^S G_3^S G_4^S$ та $D_1^C D_2^C \cdot M_1^C M_2^C \cdot G_1^C G_2^C G_3^C G_4^C$ в їх відповідні номери календарних днів, місяців і років D^S, M^S, G^S та D^C, M^C, G^C здійснюється за допомогою системи рівнянь (5)-(8), (16)-(17) та (24)-(27).

Можливі два таких випадки.

Якщо $G^C > G^S$ (рис. 1), то тоді

$$\Delta T_D^{C-S} = D^C + (T_{M^S}^D - D^S + 1) + \sum_{M=1}^{M^C-1} T_M^D + (T_{G^S}^D - \sum_{M=1}^{M^S} T_M^D) + \sum_{G=G^S+1}^{G^C-1} T_G^D, \quad (46)$$

де: значення T_M^D та $T_{M^S}^D$ визначаються системою рівнянь (37), (39), (44)-(45) в залежності від фактичних номерів календарних місяців M, M^S та M^C й приналежності G^S і G^C до високосних або невисокосних років; значення T_G^D та $T_{G^S}^D$ визначаються системою рівнянь (36), (38) в залежності від приналежності G, G^S і G^C до високосних або невисокосних років.

Якщо $G^C = G^S$ (рис. 2), то тоді

$$\Delta T_D^{C-S} = D^C + T_{M^S}^D - D^S + 1 + \sum_{M=M^S+1}^{M^C-1} T_M^D. \quad (47)$$

Оскільки $\sum_{M=M^S+1}^{M^C-1} T_M^D = \sum_{M=1}^{M^C-1} T_M^D - \sum_{M=1}^{M^S} T_M^D$, то тоді (48)

$$\Delta T_D^{C-S} = D^C + T_{M^S}^D - D^S + 1 + \sum_{M=1}^{M^C-1} T_M^D - \sum_{M=1}^{M^S} T_M^D, \quad (49)$$

де значення T_M^D та $T_{M^S}^D$ визначаються системою рівнянь (37), (39), (44)-(45) в залежності від фактичних номерів календарних місяців M, M^S та M^C та приналежності G^S до високосних або невисокосних років.

Хронологічне завдання 2

Визначення тривалості часового інтервалу в місяцях та днях (ΔT_{M+D}^{C-S}) між пізньою $D_1^C D_2^C \cdot M_1^C M_2^C \cdot G_1^C G_2^C G_3^C G_4^C$ і раною $D_1^S D_2^S \cdot M_1^S M_2^S \cdot G_1^S G_2^S G_3^S G_4^S$ подіями.

Трансформація календарних дат ранньої й пізньої подій $D_1^S D_2^S \cdot M_1^S M_2^S \cdot G_1^S G_2^S G_3^S G_4^S$ та $D_1^C D_2^C \cdot M_1^C M_2^C \cdot G_1^C G_2^C G_3^C G_4^C$ в їх відповідні номери календарних днів, місяців і років D^S, M^S, G^S та D^C, M^C, G^C здійснюється за допомогою системи рівнянь (5)-(8), (16)-(17) та (24)-(27).

ΔT_{M+D}^{C-S} складається з певної кількості місяців M_{M+D}^{C-S} та днів D_{M+D}^{C-S} , де:

- M_{M+D}^{C-S} - цілочисельна кількість місяців в досліджуваному періоді;
- D_{M+D}^{C-S} - кількість днів в досліджуваному періоді крім днів, що увійшли у цілочисельну кількість місяців M_{M+D}^{C-S} ;

$$M_{M+D}^{C-S} \geq 0;$$

$$D_{M+D}^{C-S} \geq 0.$$

Якщо $M_{M+D}^{C-S} = 0$, то тоді хронологічне завдання 2 зводиться до хронологічного завдання 1.

Якщо $M_{M+D}^{C-S} > 0$, то тоді можливі два випадки.

Якщо $G^C > G^S$ (рис. 3), то тоді

$$M_{M+D}^{C-S} = (T_{G^S}^M - M^S) + (M^C - 1) + \sum_{G^S+1}^{G^C-1} T_G^M, \quad (50)$$

де значення T_G^M та $T_{G^S}^M$ визначаються рівнянням (35). Оскільки відповідно до рівняння (35) для будь-якого року $T_G^M = 12$, то тоді

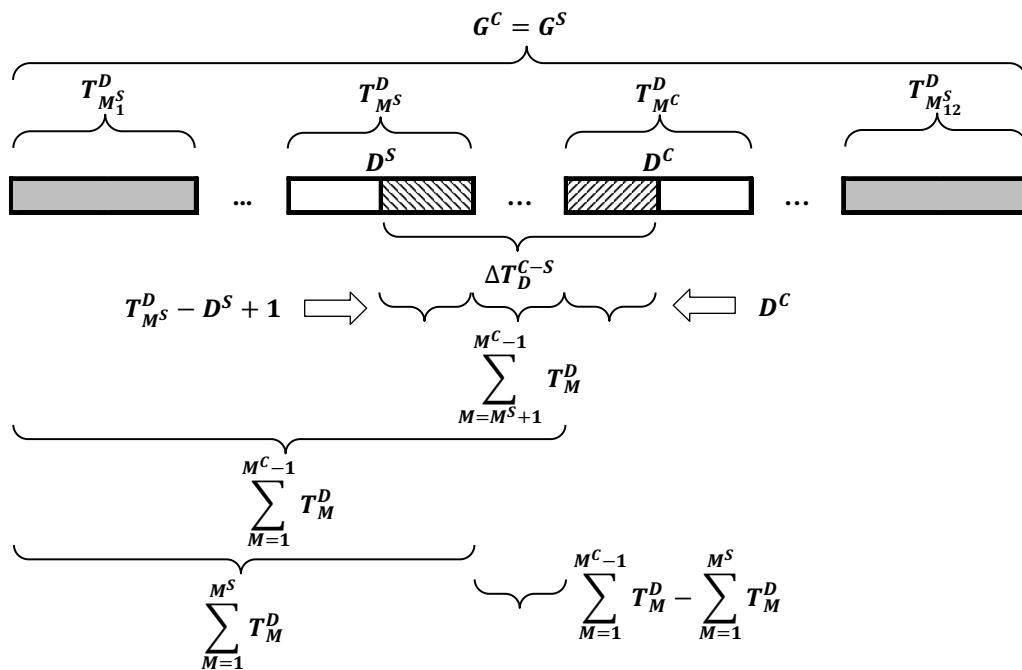


Рис. 2. Визначення тривалості часового інтервалу між пізньою і раною подіями в днях при $G^C = G^S$

$$M_{M+D}^{C-S} = 12 - M^S + M^C - 1 + 12(G^C - G^S - 1), \text{ тобто } (51)$$

$$M_{M+D}^{C-S} = M^C - M^S - 1 + 12(G^C - G^S). (52)$$

$$D_{M+D}^{C-S} = D^C + T_{M^S}^D - D^S + 1, (53)$$

де значення $T_{M^S}^D$ визначається системою рівнянь (37), (39), (44)-(45) в залежності від фактичного номеру M^S та приналежності G^S до високосних або невисокосних років.

Якщо при цьому $D^C + T_{M^S}^D - D^S + 1 \geq T_{M^C}^D$, то тоді:

$$D_{M+D}^{C-S} = D^C + T_{M^S}^D - T_{M^C}^D - D^S + 1, (54)$$

де значення $T_{M^C}^D$ та $T_{M^S}^D$ визначаються системою рівнянь (37), (39), (44)-(45) в залежності від фактичних номерів M^C та M^S і приналежності G^C та G^S до високосних або невисокосних років;

$$M_{M+D}^{C-S} \text{ приймає значення } M_{M+D}^{C-S} + 1. (55)$$

Якщо у разі виконання рівняння (54) також, одночасно, присутні такі умови:

- D^C є завершальним днем місяця M^C ;
- D^S є першим днем місяця M^S , тобто $D^S = 1$;
- $T_{M^C}^D = T_{M^S}^D$,

то тоді вираз $M_{M+D}^{C-S} + 1$ (55) приймає вигляд:

$$M_{M+D}^{C-S} + 2 (56),$$

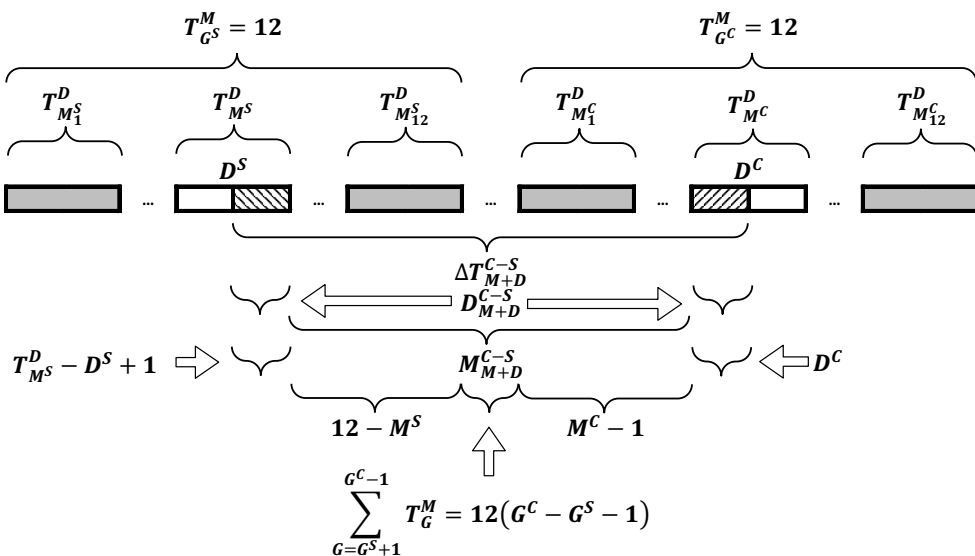


Рис. 3. Визначення тривалості часового інтервалу між пізньою і раною подіями в місяцях та днях при $G^C > G^S$

$$aD_{M+D}^{C-S} = 0. \tag{57}$$

Якщо $G^C = G^S$ (рис. 4), то тоді:

$$M_{M+D}^{C-S} = M^C - 1 - M^S, \text{ тобто } M_{M+D}^{C-S} = M^C - M^S - 1. \tag{58}$$

$$D_{M+D}^{C-S} = D^C + T_{M^S}^D - D^S + 1,$$

де значення $T_{M^S}^D$ визначається системою рівнянь (37), (39), (44)-(45) в залежності від фактичного номеру M^S та приналежності G^S до високосних або невисокосних років.

Якщо при цьому $D^C + T_{M^S}^D - D^S + 1 \geq T_{M^C}^D$, то тоді розрахунки проводяться згідно формул (54)-(57).

Якщо одночасно $G^C = G^S$ і $M^C = M^S$, то тоді:

$$M_{M+D}^{C-S} = 0; \tag{59}$$

$$D_{M+D}^{C-S} = D^C - D^S + 1. \tag{60}$$

Хронологічне завдання 3

Визначення тривалості часового інтервалу в роках, місяцях та днях (ΔT_{G+M+D}^{C-S}) між пізньою і ранньою подіями:

$$D_1^C D_2^C \cdot M_1^C M_2^C \cdot G_1^C G_2^C G_3^C G_4^C;$$

$$D_1^S D_2^S \cdot M_1^S M_2^S \cdot G_1^S G_2^S G_3^S G_4^S.$$

Трансформація календарних дат ранньої й пізньої подій $D_1^S D_2^S \cdot M_1^S M_2^S \cdot G_1^S G_2^S G_3^S G_4^S$ та $D_1^C D_2^C \cdot M_1^C M_2^C \cdot G_1^C G_2^C G_3^C G_4^C$ в їх відповідні номери календарних днів, місяців і років D^S, M^S, G^S та D^C, M^C, G^C здійснюється за допомогою системи рівнянь (5)-(8), (16)-(17) та (24)-(27).

ΔT_{G+M+D}^{C-S} складається з певної кількості років G_{G+M+D}^{C-S} , місяців M_{G+M+D}^{C-S} та днів D_{G+M+D}^{C-S} , де:

G_{G+M+D}^{C-S} – цілочисельна кількість років в досліджуваному періоді;

M_{G+M+D}^{C-S} – цілочисельна кількість місяців в досліджуваному періоді, крім місяців, що увійшли у цілочисельну кількість років G_{G+M+D}^{C-S} ;

D_{G+M+D}^{C-S} – кількість днів в досліджуваному періоді, крім днів, що увійшли у цілочисельну кількість років G_{G+M+D}^{C-S} та цілочисельну кількість місяців M_{G+M+D}^{C-S} ; $G_{G+M+D}^{C-S} \geq 0$; $M_{G+M+D}^{C-S} \geq 0$ $D_{G+M+D}^{C-S} \geq 0$.

Якщо $G_{G+M+D}^{C-S} = 0$, то тоді хронологічне завдання 3 зводиться до хронологічного завдання 2.

Якщо одночасно $G_{G+M+D}^{C-S} = 0$ і $M_{G+M+D}^{C-S} = 0$, то тоді хронологічне завдання 3 зводиться до хронологічного завдання 1.

Якщо $G_{G+M+D}^{C-S} > 0$, то тоді $G^C > G^S$ (рис. 5). $\tag{61}$

$$G_{G+M+D}^{C-S} = G^C - G^S - 1. \tag{62}$$

$$M_{G+M+D}^{C-S} = 12 - M^S + M^C - 1, \tag{63}$$

$$\text{тобто } M_{G+M+D}^{C-S} = M^C - M^S + 11. \tag{64}$$

Якщо при цьому $M^C - M^S + 11 \geq T_G^M = 12$, тобто $M^C - M^S \geq 1$, то тоді:

$$M_{G+M+D}^{C-S} = M^C - M^S + 11 - T_G^M, \tag{65}$$

$$\text{тобто } M_{G+M+D}^{C-S} = M^C - M^S - 1; \tag{66}$$

$$G_{G+M+D}^{C-S} \text{ приймає значення } G_{G+M+D}^{C-S} + 1; \tag{67}$$

$$D_{G+M+D}^{C-S} = D^C + T_{M^S}^D - D^S + 1, \tag{68}$$

де значення $T_{M^S}^D$ визначається системою рівнянь (37), (39), (44)-(45) в залежності від фактичного номеру M^S та приналежності G^S до високосних або невисокосних років.

Якщо при цьому $D^C + T_{M^S}^D - D^S + 1 \geq T_{M^C}^D$, то тоді розрахунки проводяться згідно формул (54)-(57).

Хронологічне завдання 4

Розрахунок дати пізньої події ($D_1^C D_2^C \cdot M_1^C M_2^C \cdot G_1^C G_2^C G_3^C G_4^C$), коли відома дата ранньої події ($D_1^S D_2^S \cdot M_1^S M_2^S \cdot G_1^S G_2^S G_3^S G_4^S$) та часовий інтервал між ними, який визначено в днях (ΔT_D^{C-S}).

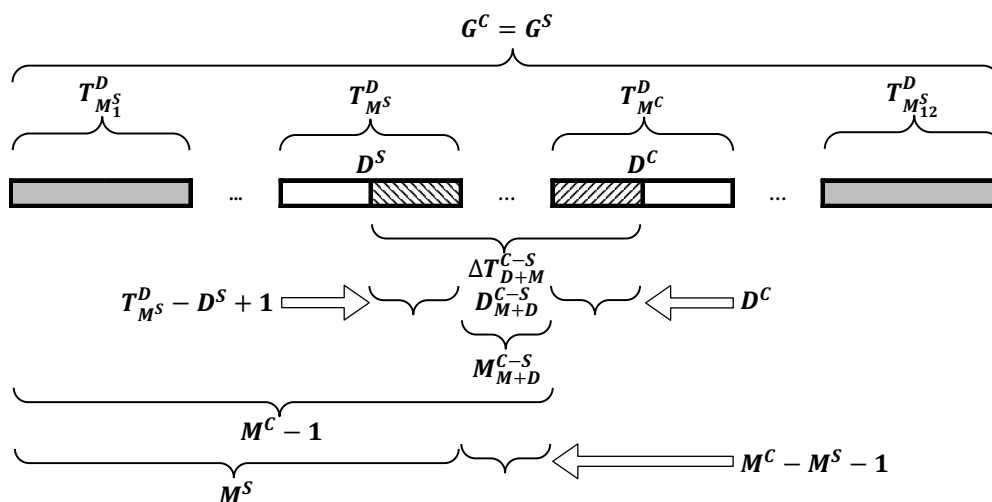


Рис. 4. Визначення тривалості часового інтервалу між пізньою і ранньою подіями в місяцях та днях при $G^C = G^S$

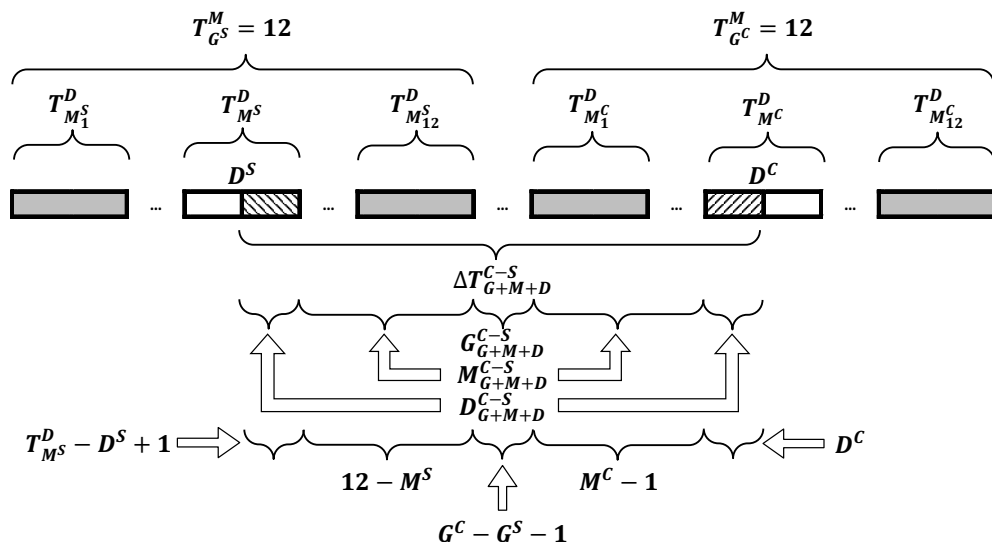


Рис. 5. Визначення тривалості часового інтервалу між пізньою і ранньою подіями в роках, місяцях та днях

Як свідчить вирішення хронологічних завдань 1-3, хронологічні закономірності між пізньою і ранньою подіями, у різних випадках визначаються неоднаковими математичними виразами, зміст яких залежить від співвідношення років зазначених подій:

або дані події мали місце протягом одного календарного року - рівняння (47)-(49), (58);

або вони відбулися у різні календарні роки - рівняння (46), (50)-(53), (61)-(63), (68).

І, якщо при вирішенні хронологічних завдань 1-3 це не створювало якихось ускладнень, бо дати ранньої й пізньої подій були наперед відомі, то при вирішенні завдань, коли задається дата тільки однієї події дана обставина має принципове значення.

Необхідність осмисленого вибору відповідного математичного апарату в таких випадках вимагає доказу деяких теорем.

Теорема 1

Якщо часовий інтервал між пізньою і ранньою подіями, розрахований в днях (ΔT_D), перевищує часовий відрізок від дати ранньої події й до кінця року, в якому вона має місце, то тоді рання і пізня подія відбудуться в різних роках.

І навпаки, якщо часовий інтервал між пізньою і ранньою подіями, розрахований в днях (ΔT_D), менше часового відрізка від дати ранньої події й до кінця року, в якому вона має місце, або дорівнює йому, то тоді рання і пізня подія відбудуться протягом одного календарного року.

Обов'язковою умовою знаходження пізньої події за межами року G^S є наступна нерівність (пунктирна лінія на рис. 6):

$$\sum_{M=1}^{M^S-1} T_M^D + D^S + \Delta T_D > T_{G^S}^D. \tag{68}$$

З урахуванням того, що

$$T_{G^S}^D - \sum_{M=1}^{M^S-1} T_M^D - D^S = T_{G^S}^D - \sum_{M=1}^{M^S} T_M^D + T_{M^S}^D - D^S + 1, \tag{69}$$

нерівність (68) можливо представити у наступному вигляді:

$$\Delta T_D > T_{G^S}^D - \sum_{M=1}^{M^S} T_M^D + T_{M^S}^D - D^S + 1 \text{ (рис. 7)}. \tag{70}$$

В той же час протилежна умова має наступний вигляд (безперервна лінія на рис. 6):

$$\sum_{M=1}^{M^S-1} T_M^D + D^S + \Delta T_D \leq T_{G^S}^D, \tag{71}$$

тобто

$$\Delta T_D \leq T_{G^S}^D - \sum_{M=1}^{M^S} T_M^D + T_{M^S}^D - D^S + 1 \text{ (рис. 7)}. \tag{72}$$

На рис. 7 пунктирною лінією позначена умова, коли рання і пізня події відбудуться в різних роках, безперервною лінією – коли обидві події відбудуться протягом одного календарного року.

Таким чином з урахуванням Теорема 1, якщо трансформувати календарну дату ранньої події $D_1^S D_2^S \cdot M_1^S M_2^S \cdot G_1^S G_2^S G_3^S G_4^S$ у відповідні номери календарних днів, місяців і років D^S, M^S, G^S за допомогою системи рівнянь (5)-(8), (16)-(17) та (24)-(27), маючи на увазі умову

$$\Delta T_D^{C-S} > (T_{M^S}^D - D^S + 1) + (T_{G^S}^D - \sum_{M=1}^{M^S} T_M^D), \text{ тобто } G^C > G^S, \text{ то тоді:}$$

$$\Delta T_D^{C-S} = D^C + (T_{M^S}^D - D^S + 1) + \sum_{M=1}^{M^C-1} T_M^D + (T_{G^S}^D - \sum_{M=1}^{M^S} T_M^D) + \sum_{G=G^S+1}^{G^C-1} T_G^D, \tag{73}$$

Перетворимо рівняння (73) в наступний вигляд:

$$\Delta T_D^{C-S} - (T_{M^S}^D - D^S + 1) - (T_{G^S}^D - \sum_{M=1}^{M^S} T_M^D) = D^C + \sum_{M=1}^{M^C-1} T_M^D + \sum_{G=G^S+1}^{G^C-1} T_G^D, \tag{74}$$

де:

значення T_M^D та $T_{M^S}^D$ визначаються системою рівнянь (37), (39), (44)-(45) в залежності від фактичних

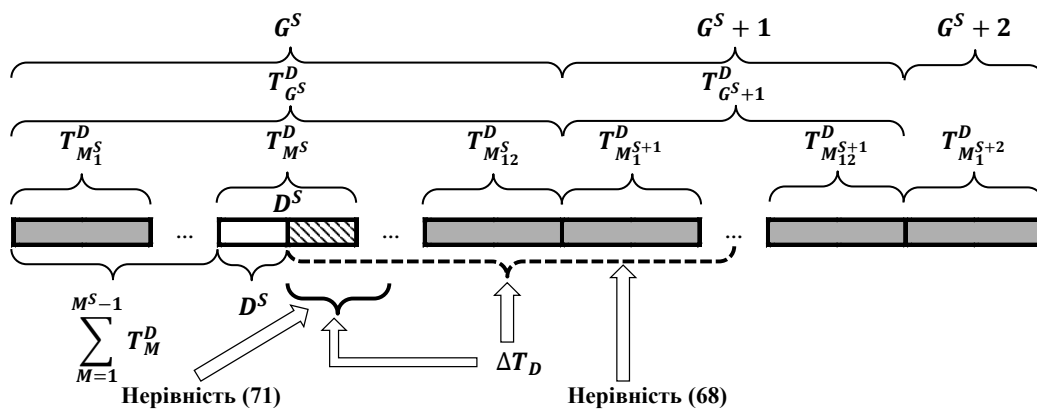


Рис. 6. Доказ Теореме 1

номерів M та M^S і приналежності G^S до високосних або невисокосних років;

значення $T_{G^S}^D$ визначається системою рівнянь (36), (38) в залежності від приналежності G^S до високосних або невисокосних років;

$$\sum_{G=G^S+1}^{G^C-1} T_G^D \rightarrow \max.$$

З рівняння (74) з урахуванням того, що його ліва частина повністю визначена, розраховуються величина

$$\sum_{G=G^S+1}^{G^C-1} T_G^D \text{ і значення } G^C.$$

Це дозволяє перетворити рівняння (74) в наступний вигляд:

$$\Delta T_D^{C-S} - (T_{M^S}^D - D^S + 1) - (T_{G^S}^D - \sum_{M=1}^{M^S} T_M^D) - \sum_{G=G^S+1}^{G^C-1} T_G^D = D^C + \sum_{M=1}^{M^C-1} T_M^D, \quad (75)$$

де:

значення T_G^D , $T_{G^S}^D$ та $T_{M^S}^D$ визначаються системою рівнянь (36), (38) в залежності від приналежності G , G^S та G^C до високосних або невисокосних років;

$$\sum_{M=1}^{M^C-1} T_M^D \rightarrow \max.$$

З рівняння (75) з урахуванням того, що його ліва частина також повністю визначена, розраховується величина

$$\sum_{M=1}^{M^C-1} T_M^D \text{ і значення } M^C.$$

В результаті:

$$D^C = \Delta T_D^{C-S} - (T_{M^S}^D - D^S + 1) - (T_{G^S}^D - \sum_{M=1}^{M^S} T_M^D) - \sum_{G=G^S+1}^{G^C-1} T_G^D - \sum_{M=1}^{M^C-1} T_M^D. \quad (76)$$

Для графічної ілюстрації вирішення цієї частини хронологічного завдання 4 можуть бути використані графічні побудови, що наведені на рис. 1.

З урахуванням Теореме 1

$$\text{якщо } \Delta T_D^{C-S} \leq (T_{M^S}^D - D^S + 1) + (T_{G^S}^D - \sum_{M=1}^{M^S} T_M^D), \text{ тобто } G^C = G^S, \quad (77)$$

$$\text{то тоді } \Delta T_D^{C-S} = D^C + (T_{M^S}^D - D^S + 1) + \sum_{M=1}^{M^C-1} T_M^D - \sum_{M=1}^{M^S} T_M^D.$$

Приведемо рівняння (77) до наступного вигляду:

$$\Delta T_D^{C-S} - (T_{M^S}^D - D^S + 1) + \sum_{M=1}^{M^S} T_M^D = D^C + \sum_{M=1}^{M^C-1} T_M^D, \quad (78)$$

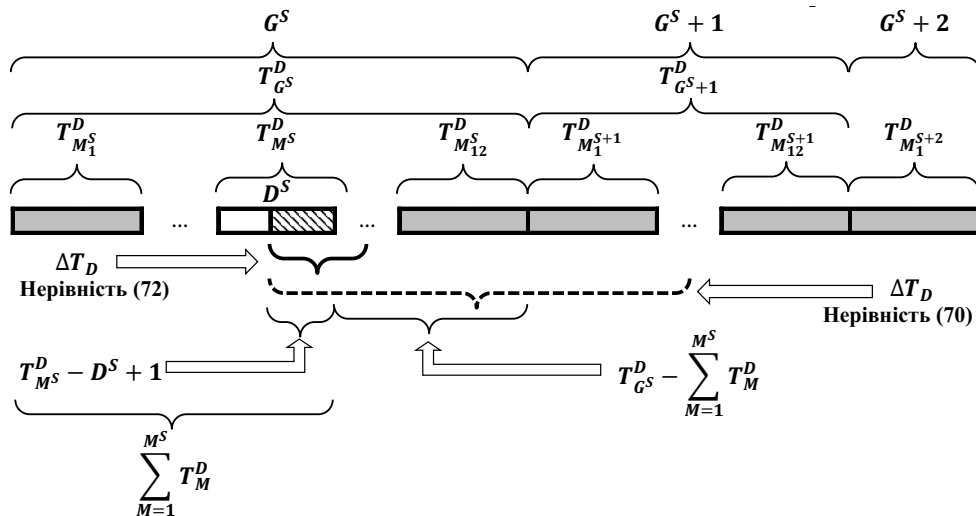


Рис. 7. Ілюстрація Теореме 1

де:

значення T_M^D та $T_{M^S}^D$ визначаються системою рівнянь (37), (39), (44)-(45) в залежності від фактичних номерів M та M^S і приналежності G^S до високосних або невисокосних років;

$$\sum_{M=1}^{M^C-1} T_M^D \rightarrow \max.$$

З рівняння (78) з урахуванням того, що його ліва частина повністю визначена, розраховується величина

$$\sum_{M=1}^{M^C-1} T_M^D \text{ і значення } M^C.$$

$$\text{Тоді } D^C = \Delta T_D^{C-S} - (T_{M^S}^D - D^S + 1) + \sum_{M=1}^{M^S} T_M^D - \sum_{M=1}^{M^C-1} T_M^D. \quad (79)$$

Для графічної ілюстрації вирішення цієї частини хронологічного завдання 4 можуть бути використані графічні побудови, що наведені на рис. 2.

Трансформація розрахованих порядкових номерів дня, місяця та року пізньої події D^C, M^C, G^C у відповідну календарну дату $D_1^C D_2^C, M_1^C M_2^C, G_1^C G_2^C G_3^C G_4^C$ здійснюється за допомогою системи рівнянь та нерівностей (9)-(12), (18)-(19), (28)-(30).

Хронологічне завдання 5

Розрахунок дати пізньої події

$(D_1^C D_2^C, M_1^C M_2^C, G_1^C G_2^C G_3^C G_4^C)$, коли відома дата ранньої події $(D_1^S D_2^S, M_1^S M_2^S, G_1^S G_2^S G_3^S G_4^S)$ та часовий інтервал між ними, який визначено в місяцях і днях (ΔT_{M+D}^{C-S}) .

ΔT_{M+D}^{C-S} складається з певної кількості місяців M_{M+D}^{C-S} та днів D_{M+D}^{C-S} , де:

M_{M+D}^{C-S} – цілочисельна кількість місяців в досліджуваному періоді;
– кількість днів в досліджуваному періоді крім днів, що увійшли у цілочисельну кількість місяців M_{M+D}^{C-S} ;

$$M_{M+D}^{C-S} \geq 0;$$

$$D_{M+D}^{C-S} \geq 0$$

Якщо $M_{M+D}^{C-S} = 0$, то тоді хронологічне завдання 2 зводиться до хронологічного завдання 1.

Якщо $M_{M+D}^{C-S} > 0$, то тоді можливі два випадки:

коли $G^C = G^S$;

коли $G^C \neq G^S$, тобто $G^C > G^S$.

Трансформація календарної дати ранньої події $D_1^S D_2^S, M_1^S M_2^S, G_1^S G_2^S G_3^S G_4^S$ у відповідні номери календарних днів, місяців і років D^S, M^S, G^S здійснюється за допомогою системи рівнянь (5)-(8), (16)-(17) та (24)-(27).

Теорема 1 зберігає своє значення для вирішення хронологічного завдання 5, якщо в нерівностях (68), (70)-(72), (рис. 6 і 7) замість ΔT_D використати вираз $D_{M+D}^{C-S} + MD_{M+D}^{C-S}$, де:

MD_{M+D}^{C-S} – часовий інтервал M_{M+D}^{C-S} , який перераховано у дні.

Тобто:

якщо $D_{M+D}^{C-S} + MD_{M+D}^{C-S} > (T_{M^S}^D - D^S + 1) + (T_{G^S}^D - \sum_{M=1}^{M^S} T_M^D)$, то тоді $G^C > G^S$;

якщо $D_{M+D}^{C-S} + MD_{M+D}^{C-S} \leq (T_{M^S}^D - D^S + 1) + (T_{G^S}^D - \sum_{M=1}^{M^S} T_M^D)$, то тоді $G^C = G^S$.

Але, для перерахування у даному випадку тривалості M_{M+D}^{C-S} з місяців в дні необхідно доказати наступну теорему та вирішити допоміжне завдання 1.

Теорема 2

Якщо часовий інтервал між пізньою і ранньою подіями, заданий в місяцях (ΔT_M) , перевищує часовий відрізок від кінця місяця ранньої події й до кінця року, в якому вона має місце, то тоді рання і пізня подія відбудуться в різних роках.

І навпаки, якщо часовий інтервал між пізньою і ранньою подіями, заданий в місяцях (ΔT_M) , менше часового відрізка від кінця місяця ранньої події й до кінця року, в якому вона має місце, або дорівнює йому, то тоді рання і пізня подія відбудуться протягом одного календарного року.

Обов'язковою умовою для знаходження пізньої події за межами року G^S є наступна нерівність (рис. 8):

$$M^S + \Delta T_M > T_G^M = 12, \text{ тобто } \Delta T_M > 12 - M^S. \quad (80)$$

В той же час протилежна умова має наступний вигляд (рис. 8):

$$M^S + \Delta T_M \leq T_G^M = 12, \quad (82)$$

$$\text{тобто } \Delta T_M \leq 12 - M^S. \quad (83)$$

На рис. 8 пунктирною лінією позначена умова, коли рання і пізня події відбудуться в різних роках, безперервною лінією – коли обидві події відбудуться протягом одного календарного року.

Допоміжне завдання 1

З урахуванням Теорема 2,

якщо $M_{M+D}^{C-S} > 12 - M^S$, тобто $G^X > G^S$, то тоді (рис. 9):

$$M_{M+D}^{C-S} = 12 - M^S + 12(G^X - G^S - 1) + M^X = M^X - M^S + 12(G^X - G^S), \quad (84)$$

M^X, G^X – місяць і рік завершення часового інтервалу M_{M+D}^{C-S} , якщо він починався би з кінця місяця M^S року G^S .

Перетворимо рівняння (84) в наступний вигляд:

$$M_{M+D}^{C-S} + M^S = M^X + 12(G^X - G^S), \quad (85)$$

де $(G^X - G^S) \rightarrow \max$.

З рівняння (85), з урахуванням того, що його ліва частина повністю визначена, розраховується величина $12(G^X - G^S)$ та значення G^X .

$$\text{Тоді } M^X = M_{M+D}^{C-S} + M^S - 12(G^X - G^S). \quad (86)$$

Визначення M^X та G^X дозволяє розрахувати величину MD_{M+D}^{C-S} (рис. 9):

$$MD_{M+D}^{C-S} = T_{G^S}^D - \sum_{M=1}^{M^S} T_M^D + \sum_{G^S+1}^{G^X-1} T_G^D + \sum_{M=1}^{M^X} T_M^D, \quad (87)$$

де:

значення T_M^D визначають системою рівнянь (37), (39), (44)-(45) в залежності від фактичних номерів місяців

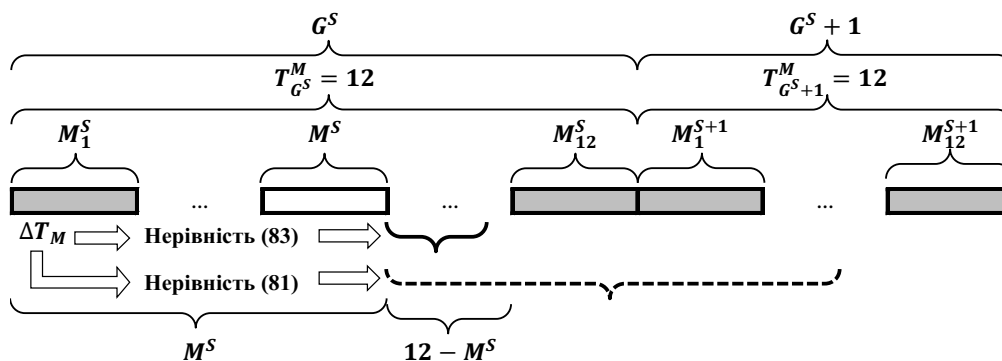


Рис. 8. Доказ Теореме 2

M, M^X та M^S і приналежності G^X та G^S до високосних або невисокосних років;

значення T_G^D та $T_{G^S}^D$ визначають системою рівнянь (36), (38) в залежності від приналежності G, G^S та G^X до високосних або невисокосних років.

З урахуванням теореми 2, якщо

$M_{M+D}^{C-S} \leq 12 - M^S$, тобто $G^X = G^S$, то тоді

$$M^X = M^S + M_{M+D}^{C-S}. \tag{88}$$

Знання G^S та визначення M^X дозволяє розрахувати величину MD_{M+D}^{C-S} (рис. 10):

$$MD_{M+D}^{C-S} = \sum_{M=1}^{M^X} T_M^D - \sum_{M=1}^{M^S} T_M^D, \tag{89}$$

де значення T_M^D визначаються системою рівнянь (37), (39), (44)-(45) в залежності від фактичних номерів місяців M, M^X та M^S і приналежності G^S до високосних або невисокосних років.

Подальше вирішення хронологічного завдання 5 зводиться до вирішення хронологічного завдання 4 з урахуванням Теореме 1, якщо в рівняннях (73)-(79) замість ΔT_D^{C-S} використати вираз $D_{M+D}^{C-S} + MD_{M+D}^{C-S}$.

Визначені порядкові номери дня, місяця та року пізньої події D^C, M^C, G^C трансформуються у відповідну календарну дату $D_1^C D_2^C \cdot M_1^C M_2^C \cdot G_1^C G_2^C G_3^C G_4^C$ за допомогою системи рівнянь та нерівностей (9)-(12), (18)-(19), (28)-(30).

Хронологічне завдання 6

Розрахунок дати пізньої події $(D_1^C D_2^C \cdot M_1^C M_2^C \cdot G_1^C G_2^C G_3^C G_4^C)$, коли відома дата ранньої події $(D_1^S D_2^S \cdot M_1^S M_2^S \cdot G_1^S G_2^S G_3^S G_4^S)$ та часовий інтервал між ними, який визначено в роках, місяцях і днях (ΔT_{G+M+D}^{C-S}) .

- ΔT_{G+M+D}^{C-S} складається з певної кількості років G_{G+M+D}^{C-S} , місяців M_{G+M+D}^{C-S} та днів D_{G+M+D}^{C-S} , де:
- G_{G+M+D}^{C-S} – цілочисельна кількість років в досліджуваному періоді;
- M_{G+M+D}^{C-S} – цілочисельна кількість місяців в досліджуваному періоді, крім місяців, що увійшли у цілочисельну кількість років G_{G+M+D}^{C-S} ;
- D_{G+M+D}^{C-S} – кількість днів в досліджуваному періоді, крім днів, що увійшли у цілочисельну кількість років G_{G+M+D}^{C-S} та цілочисельну кількість місяців M_{G+M+D}^{C-S} ;

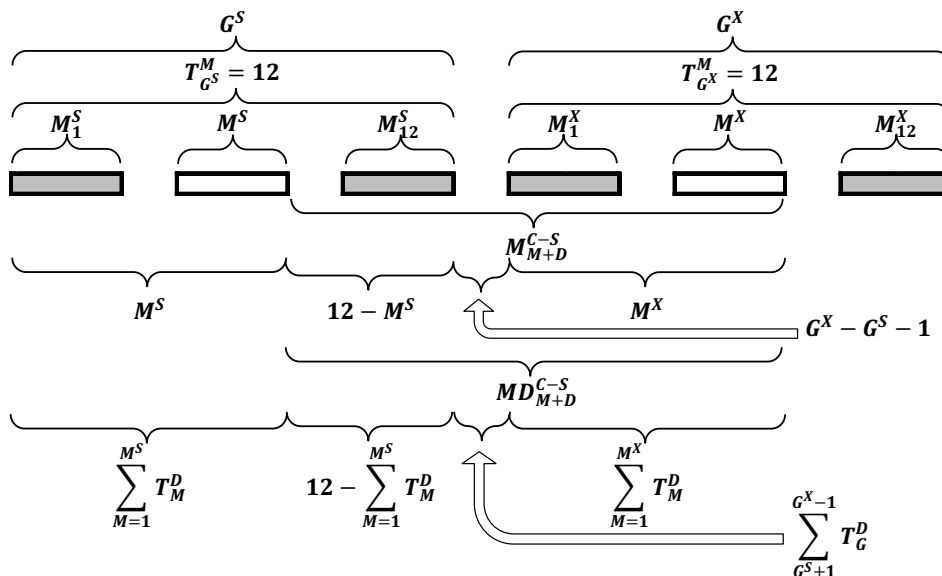


Рис. 9. Перерахування часового інтервалу, визначеного в місяцях, в дні, якщо пізня та рання події відбулися у різні роки

$$G_{G+M+D}^{C-S} \geq 0;$$

$$M_{G+M+D}^{C-S} \geq 0;$$

$$D_{G+M+D}^{C-S} \geq 0$$

Якщо $G_{G+M+D}^{C-S} = 0$, то тоді хронологічне завдання 6 зводиться до хронологічного завдання 5.

Якщо одночасно $G_{G+M+D}^{C-S} = 0$ і $M_{G+M+D}^{C-S} = 0$, то тоді хронологічне завдання 6 зводиться до хронологічного завдання 4.

Якщо $G_{G+M+D}^{C-S} > 0$, то тоді $G^C > G^S$.

Теореми 1 і 2 не потрібні для вирішення хронологічного завдання 6, бо наперед відомо, що $G^C > G^S$.

З урахуванням рівняння (35) очевидно, що величина G_{G+M+D}^{C-S} , яка перерахована в місяці, буде складати $12G_{G+M+D}^{C-S}$.

Тоді, якщо в рівняннях (85)-(87) використати замість M_{M+D}^{C-S} вираз $M_{G+M+D}^{C-S} + 12G_{G+M+D}^{C-S}$, а замість MD_{G+M+D}^{C-S} вираз $MD_{G+M+D}^{C-S} + GD_{G+M+D}^{C-S}$, то можливо перерахувати часовий інтервал, який складається з G_{G+M+D}^{C-S} років і M_{G+M+D}^{C-S} місяців, в дні, де:

$MD_{G+M+D}^{C-S} + GD_{G+M+D}^{C-S}$ – часовий інтервал, що був заданий в роках G_{G+M+D}^{C-S} і місяцях M_{G+M+D}^{C-S} , але вже перерахований в дні.

Подальше вирішення хронологічного завдання 6 зводиться до вирішення хронологічного завдання 4, якщо в рівняннях (73)-(76) замість ΔT_D^{C-S} використати вираз $D_{G+M+D}^{C-S} + MD_{G+M+D}^{C-S} + GD_{G+M+D}^{C-S}$.

Визначені порядкові номери дня, місяця та року пізньої події D^C, M^C, G^C трансформуються у відповідну календарну дату $D_1^C D_2^C \cdot M_1^C M_2^C \cdot G_1^C G_2^C G_3^C G_4^C$ за допомогою системи рівнянь та нерівностей (9)-(12), (18)-(19), (28)-(30).

Хронологічне завдання 7

Розрахунок дати ранньої події ($D_1^S D_2^S \cdot M_1^S M_2^S \cdot G_1^S G_2^S G_3^S G_4^S$), коли відома дата пізньої події ($D_1^C D_2^C \cdot M_1^C M_2^C \cdot G_1^C G_2^C G_3^C G_4^C$) та часовий інтервал між ними, який визначено в днях (ΔT_D^{C-S}).

Теорема 3

Якщо часовий інтервал між пізньою і ранньою подіями, розрахований в днях (ΔT_D), перевищує часовий відрізок між датою пізньої події й початком року, в якому вона має місце, то тоді рання і пізня подія відбудуться в різних роках.

І навпаки, якщо часовий інтервал між пізньою і ранньою подіями, розрахований в днях (ΔT_D), менше часового відрізка між датою пізньої події й початком року, в якому вона має місце, або дорівнює йому, то тоді рання і пізня подія відбудуться протягом одного календарного року.

Обов'язковою умовою для знаходження ранньої події за межами року G^C є наступна нерівність (рис. 11):

$$\Delta T_D > D^C + \sum_{M=1}^{M^C-1} T_M^D. \tag{90}$$

В той же час протилежна умова має наступний вигляд (рис. 2, 3, 11):

$$\Delta T_D \leq D^C + \sum_{M=1}^{M^C-1} T_M^D. \tag{91}$$

На рис. 11 пунктирною лінією позначена умова, коли рання і пізня події відбудуться в різних роках, безперервною лінією – коли обидві події відбудуться протягом одного календарного року.

Таким чином, з урахуванням Теореми 3, якщо трансформувати календарну дату пізньої події $D_1^C D_2^C \cdot M_1^C M_2^C \cdot G_1^C G_2^C G_3^C G_4^C$ у відповідні номери календарних днів, місяців і років D^C, M^C, G^C за

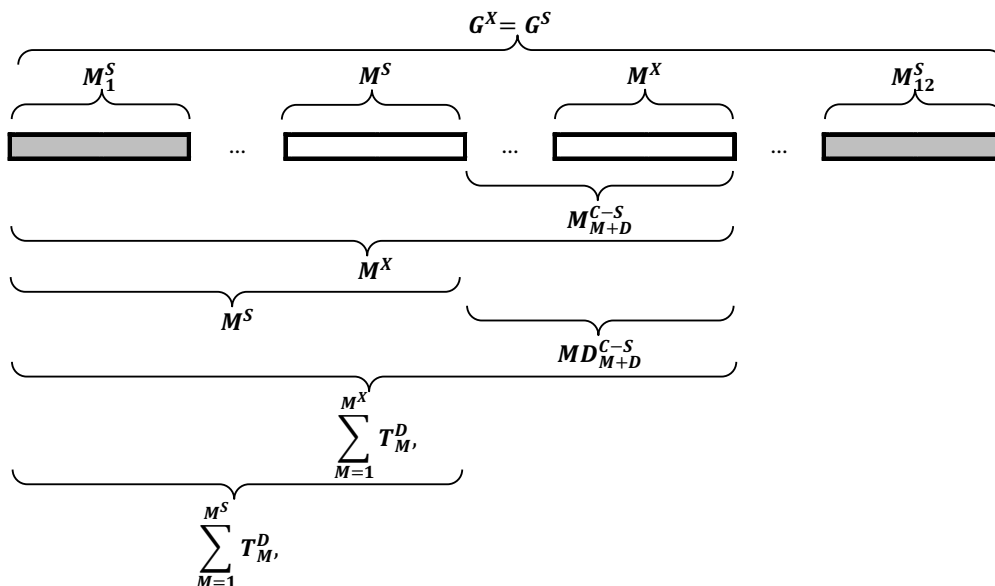


Рис.10. Перерахування часового інтервалу, визначеного в місяцях, в дні, якщо пізня та рання події відбулися протягом одного року

допомогою системи рівнянь (5)-(8), (16)-(17) та (24)-(27), маючи на увазі умову

$$\Delta T_D^{C-S} > D^C + \sum_{M=1}^{M^{C-1}} T_M^D, \text{ тобто } G^C > G^S, \text{ то тоді:}$$

$$\Delta T_D^{C-S} = D^C + (T_{M^S}^D - D^S + 1) + \sum_{M=1}^{M^{C-1}} T_M^D + (T_{G^S}^D - \sum_{M=1}^{M^S} T_M^D) + \sum_{G=G^S+1}^{G^C-1} T_G^D, \quad (92)$$

Перетворимо рівняння (92) в наступний вигляд:

$$\Delta T_D^{C-S} - D^C - \sum_{M=1}^{M^{C-1}} T_M^D - 1 = (T_{M^S}^D - D^S) + (T_{G^S}^D - \sum_{M=1}^{M^S} T_M^D) + \sum_{G=G^S+1}^{G^C-1} T_G^D, \quad (93)$$

де:

значення T_M^D визначаються системою рівнянь (37), (39), (44)-(45) в залежності від фактичних номерів M та M^C і приналежності G^C до високосних або невисокосних років;

$$\sum_{G=G^S+1}^{G^C-1} T_G^D \rightarrow \max.$$

З рівняння (93) з урахуванням того, що його ліва частина повністю визначена, розраховуються величина

$$\sum_{G=G^S+1}^{G^C-1} T_G^D \text{ і значення } G^S.$$

Це дозволяє перетворити рівняння (93) в наступний вигляд:

$$T_{G^S}^D + \sum_{G=G^S+1}^{G^C-1} T_G^D + \sum_{M=1}^{M^{C-1}} T_M^D + D^C + 1 - \Delta T_D^{C-S} = D^S - T_{M^S}^D + \sum_{M=1}^{M^S} T_M^D, \quad (94)$$

де:

значення T_M^D визначаються системою рівнянь (37), (39), (44)-(45) в залежності від фактичних номерів M та M^C і приналежності G^C до високосних або невисокосних років;

значення T_G^D та $T_{G^S}^D$ визначаються системою рівнянь (36), (38) в залежності від приналежності G, G^S та G^C до високосних або невисокосних років;

$$\sum_{M=1}^{M^S} T_M^D \rightarrow \max.$$

З рівняння (94) з урахуванням того, що його ліва частина також повністю визначена, розраховується величина

$$\sum_{M=1}^{M^S} T_M^D \text{ і значенням } M^S.$$

В результаті:

$$D^S = D^C + 1 + T_{M^S}^D + \sum_{M=1}^{M^{C-1}} T_M^D + T_{G^S}^D - \sum_{M=1}^{M^S} T_M^D + \sum_{G=G^S+1}^{G^C-1} T_G^D - \Delta T_D^{C-S}. \quad (95)$$

Для графічної ілюстрації вирішення цієї частини хронологічного завдання 7 можуть бути використані графічні побудови, що наведені на рис. 1.

З урахуванням Теорема 3, якщо $\Delta T_D^{C-S} \leq D^C + \sum_{M=1}^{M^{C-1}} T_M^D$, тобто $G^C = G^S$, то тоді

$$\Delta T_D^{C-S} = D^C + (T_{M^S}^D - D^S + 1) + \sum_{M=1}^{M^{C-1}} T_M^D - \sum_{M=1}^{M^S} T_M^D. \quad (96)$$

Перетворимо рівняння (96) в наступний вигляд:

$$D^C + \sum_{M=1}^{M^{C-1}} T_M^D + 1 - \Delta T_D^{C-S} = D^S - T_{M^S}^D + \sum_{M=1}^{M^S} T_M^D, \quad (97)$$

де:

значення T_M^D визначають системою рівнянь (37), (39), (44)-(45) в залежності від фактичних номерів місяців

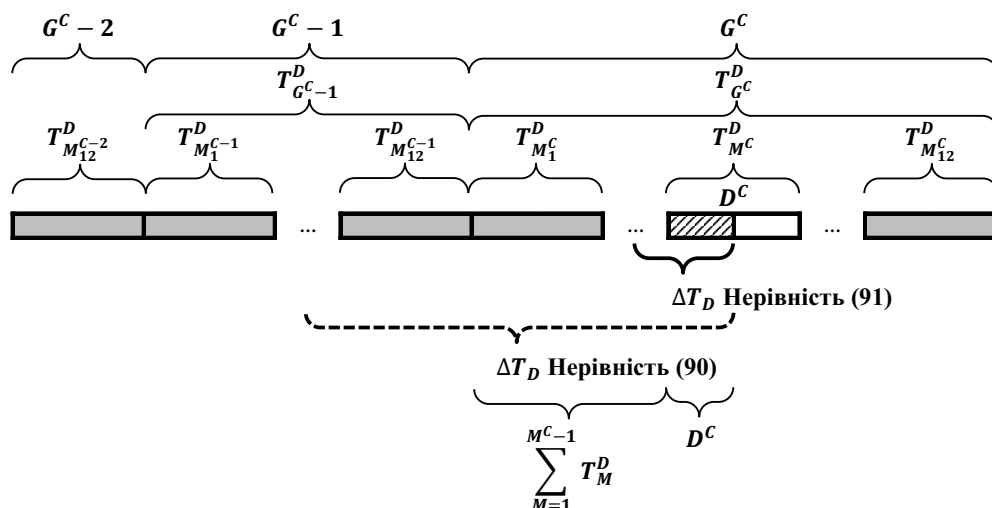


Рис. 11. Доказ Теорема 3

M та M^C і приналежності G^C до високосних або невисокосних років;

$$\sum_{M=1}^{M^S} T_M^D \rightarrow \max.$$

З рівняння (97) з урахуванням того, що його ліва частина повністю визначена, розраховується величина

$$\sum_{M=1}^{M^S} T_M^D \text{ і значення } M^S.$$

$$\text{Тоді } D^S = D^C + 1 + T_{M^S}^D + \sum_{M=1}^{M^C-1} T_M^D - \sum_{M=1}^{M^S} T_M^D - \Delta T_D^{C-S}. \quad (98)$$

Для графічної ілюстрації вирішення цієї частини хронологічного завдання 7 можуть бути використані графічні побудови, що наведені на рис. 2.

Трансформація розрахованих порядкових номерів дня, місяця та року ранньої події D^S, M^S, G^S у відповідну календарну дату $D_1^S D_2^S \cdot M_1^S M_2^S \cdot G_1^S G_2^S G_3^S G_4^S$ здійснюється за допомогою системи рівнянь та нерівностей (9)-(12), (18)-(19), (28)-(30).

Хронологічне завдання 8

Розрахунок дати ранньої події ($D_1^S D_2^S \cdot M_1^S M_2^S \cdot G_1^S G_2^S G_3^S G_4^S$), коли відома дата пізньої події ($D_1^C D_2^C \cdot M_1^C M_2^C \cdot G_1^C G_2^C G_3^C G_4^C$) та часовий інтервал між ними, який визначено в місяцях та днях (ΔT_{M+D}^{C-S}).

ΔT_{M+D}^{C-S} складається з певної кількості місяців M_{M+D}^{C-S} та днів D_{M+D}^{C-S} , де:

M_{M+D}^{C-S} – цілочисельна кількість місяців в досліджуваному періоді;

D_{M+D}^{C-S} – кількість днів в досліджуваному періоді, крім днів, що увійшли у цілочисельну кількість місяців M_{M+D}^{C-S} ;

$$M_{M+D}^{C-S} \geq 0;$$

$$D_{M+D}^{C-S} \geq 0.$$

Якщо $M_{M+D}^{C-S} = 0$, то тоді хронологічне завдання 8 зводиться до хронологічного завдання 7.

Якщо $M_{M+D}^{C-S} > 0$, то тоді можливі два випадки:

коли $G^C = G^S$;

коли $G^C \neq G^S$, тобто $G^C > G^S$.

Трансформація календарної дати пізньої події $D_1^C D_2^C \cdot M_1^C M_2^C \cdot G_1^C G_2^C G_3^C G_4^C$ у відповідні номери календарних днів, місяців і років D^C, M^C, G^C здійснюється за допомогою системи рівнянь (5)-(8), (16)-(17) та (24)-(27).

Теорема 3 зберігає своє значення для вирішення хронологічного завдання 8, якщо в нерівностях (90)-(91), (рис. 11) замість ΔT_D використати вираз $D_{M+D}^{C-S} + MD_{M+D}^{C-S}$, де:

MD_{M+D}^{C-S} – часовий інтервал M_{M+D}^{C-S} , який перераховано у дні.

Тобто:

$$\text{якщо } D_{M+D}^{C-S} + MD_{M+D}^{C-S} > D^C + \sum_{M=1}^{M^C-1} T_M^D, \text{ то тоді } G^C > G^S;$$

$$\text{якщо } D_{M+D}^{C-S} + MD_{M+D}^{C-S} \leq D^C + \sum_{M=1}^{M^C-1} T_M^D, \text{ то тоді } G^C = G^S.$$

Але, для перерахування у даному випадку тривалості M_{M+D}^{C-S} з місяців в дні необхідно доказати наступну теорему та вирішити допоміжне завдання 2.

Теорема 4

Якщо часовий інтервал між пізньою і ранньою подіями, заданий в місяцях (ΔT_M), перевищує часовий відрізок між початком місяця пізньої події й початком року, в якому вона має місце, то тоді рання і пізня подія відбудуться в різних роках.

І навпаки, якщо часовий інтервал між пізньою і ранньою подіями, заданий в місяцях (ΔT_M), менше часового відрізка між початком місяця пізньої події й початком року, в якому вона має місце, або дорівнює йому, то тоді рання і пізня подія відбудуться протягом одного календарного року.

Обов'язковою умовою для відбуття ранньої події за межами року G^C є наступна нерівність (рис. 12):

$$\Delta T_M > M^C - 1. \quad (99)$$

В то же час протилежна умова має наступний вигляд (рис. 12):

$$\Delta T_M \leq M^C - 1. \quad (100)$$

На рис. 12 пунктирною лінією позначена умова, коли рання і пізня події відбудуться в різних роках, безперервною лінією – коли обидві події відбудуться протягом одного календарного року.

Допоміжне завдання 2

З урахуванням Теорема 4:

якщо $M_{M+D}^{C-S} > M^C - 1$, тобто $G^X < G^C$, то тоді (рис. 13)

$$M_{M+D}^{C-S} = 12 - M^X + 1 + 12(G^C - G^X - 1) + M^C - 1, \quad (101)$$

$$\text{тобто } M_{M+D}^{C-S} = M^C - M^X + 12(G^C - G^X), \quad (102)$$

Перетворимо рівняння (102) в наступний вигляд:

$$M_{M+D}^{C-S} - M^C = 12(G^C - G^X) - M^X, \quad (103)$$

де $(G^C - G^X) \rightarrow \max$.

З рівняння (103), з урахуванням того, що його ліва частина повністю визначена, розраховується величина $12(G^C - G^X)$ та значення G^X .

$$\text{Тоді } M^X = M^C - M_{M+D}^{C-S} + 12(G^C - G^X). \quad (104)$$

Визначення M^X та G^X дозволяє розрахувати величину MD_{M+D}^{C-S} (рис. 13):

$$MD_{M+D}^{C-S} = T_{G^X}^D - \sum_{M=1}^{M^X-1} T_M^D + \sum_{G^X+1}^{G^C-1} T_G^D + \sum_{M=1}^{M^C-1} T_M^D \quad (105)$$

де:

значення T_M^D визначають системою рівнянь (37), (39), (44)-(45) в залежності від фактичних номерів місяців M, M^X та M^S і приналежності G^X та G^S до високосних або невисокосних років;

значення T_G^D та $T_{G^S}^D$ визначають системою рівнянь (36), (38) в залежності від приналежності G, G^S та G^X до високосних або невисокосних років.

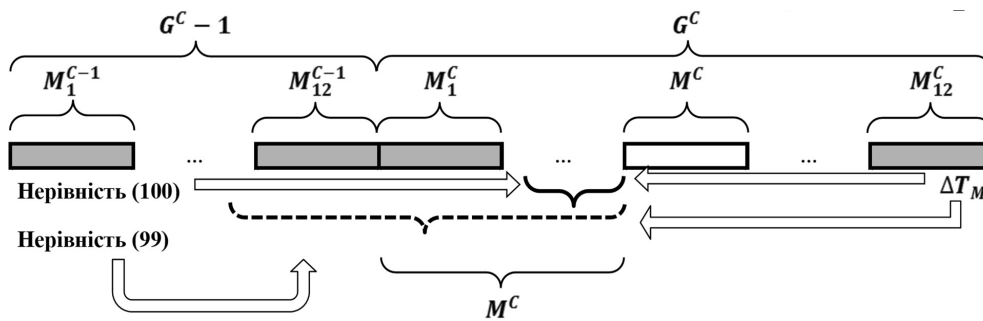


Рис. 12. Доказ Теорема 4

З урахуванням Теорема 4 якщо $M^c - 1 \geq M_{M+D}^{c-s}$, тобто $G^x = G^c$, то тоді (рис. 14):

$$M_{M+D}^{c-s} = M^c - 1 - (M^x - 1) = M^c - M^x \quad (106)$$

$$M^x = M^c - M_{M+D}^{c-s} \quad (107)$$

Знання G^c та визначення M^x дозволяє розрахувати величину MD_{M+D}^{c-s} (рис. 14):

$$MD_{M+D}^{c-s} = \sum_{M=1}^{M^c-1} T_M^D - \sum_{M=1}^{M^x-1} T_M^D \quad (108)$$

Подальше вирішення хронологічного завдання 8 зводиться до вирішення хронологічного завдання 7 з урахуванням Теорема 3, якщо в рівняннях (92)-(98) замість ΔT_D^{c-s} використати вираз $D_{M+D}^{c-s} + MD_{M+D}^{c-s}$.

Трансформація розрахованих порядкових номерів дня, місяця та року ранньої події D^s, M^s, G^s у відповідну календарну дату $D_1^s D_2^s \cdot M_1^s M_2^s \cdot G_1^s G_2^s G_3^s G_4^s$ здійснюється за допомогою системи рівнянь та нерівностей (9)-(12), (18)-(19), (28)-(30).

Хронологічне завдання 9

Розрахунок дати ранньої події ($D_1^s D_2^s \cdot M_1^s M_2^s \cdot G_1^s G_2^s G_3^s G_4^s$), коли відома дата пізньої події ($D_1^c D_2^c \cdot M_1^c M_2^c \cdot G_1^c G_2^c G_3^c G_4^c$) та часовий інтервал між ними, який визначено в роках, місяцях та днях (ΔT_{G+M+D}^{c-s}).

ΔT_{G+M+D}^{c-s} складається з певної кількості років G_{G+M+D}^{c-s} , місяців M_{G+M+D}^{c-s} та днів D_{G+M+D}^{c-s}

де:

G_{G+M+D}^{c-s} – цілочисельна кількість років в досліджуваному періоді;

M_{G+M+D}^{c-s} – цілочисельна кількість місяців в досліджуваному періоді, крім місяців, що увійшли у цілочисельну кількість років G_{G+M+D}^{c-s} ;

D_{G+M+D}^{c-s} – кількість днів в досліджуваному періоді, крім днів, що увійшли у цілочисельну кількість років G_{G+M+D}^{c-s} та цілочисельну кількість місяців M_{G+M+D}^{c-s} ;

$$G_{G+M+D}^{c-s} \geq 0;$$

$$M_{G+M+D}^{c-s} \geq 0;$$

$$D_{G+M+D}^{c-s} \geq 0.$$

Якщо $G_{G+M+D}^{c-s} = 0$, то тоді хронологічне завдання 9 зводиться до хронологічного завдання 8.

Якщо одночасно $G_{G+M+D}^{c-s} = 0$ і $M_{G+M+D}^{c-s} = 0$, то тоді хронологічне завдання 9 зводиться до хронологічного завдання 7.

Якщо $G_{G+M+D}^{c-s} > 0$, то тоді $G^c > G^s$.

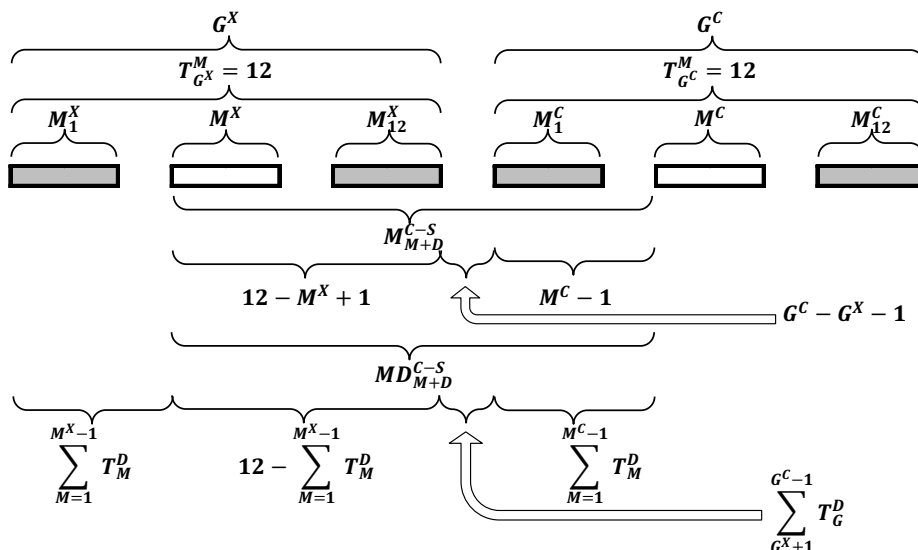


Рис. 13. Перерахування часового інтервалу, визначеного в місяцях, в дні, якщо пізня та рання події відбулися у різні роки

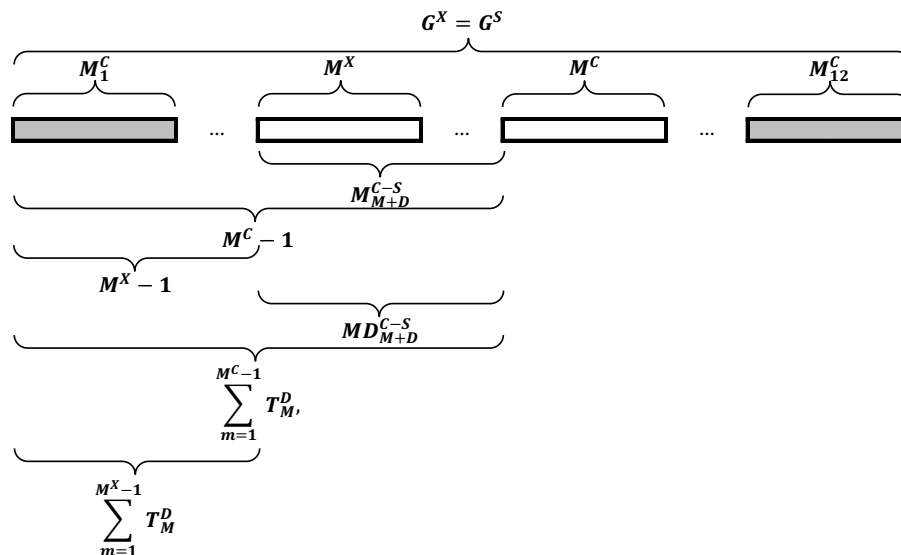


Рис. 14. Перерахування часового інтервалу, визначеного в місяцях, в дні, якщо пізня та рання події відбулися протягом одного року

Теорема 3 і 4 не потрібні для вирішення хронологічного завдання 9, бо наперед відомо, що $G^C > G^S$.

З урахуванням рівняння (35) очевидно, що величина G_{G+M+D}^{C-S} , яка перерахована в місяці, буде складати $12G_{G+M+D}^{C-S}$.

Тоді, якщо в рівняннях (101)-(105) використати замість M_{M+D}^{C-S} вираз $M_{G+M+D}^{C-S} + 12G_{G+M+D}^{C-S}$, а замість MD_{M+D}^{C-S} вираз $MD_{G+M+D}^{C-S} + GD_{G+M+D}^{C-S}$, то можливо перерахувати часовий інтервал, який складається з G_{G+M+D}^{C-S} років і M_{G+M+D}^{C-S} місяців, в дні, де:

$MD_{G+M+D}^{C-S} + GD_{G+M+D}^{C-S}$ – часовий інтервал, що був заданий в роках G_{G+M+D}^{C-S} і місяцях M_{G+M+D}^{C-S} , але вже перерахований в дні.

Подальше вирішення хронологічного завдання 9 зводиться до вирішення хронологічного завдання 7, якщо в рівняннях (92)-(95) замість ΔT_D^{C-S} використати вираз $D_{G+M+D}^{C-S} + MD_{G+M+D}^{C-S} + GD_{G+M+D}^{C-S}$.

Трансформація розрахованих порядкових номерів дня, місяця та року ранньої події D^S, M^S, G^S у відповідну календарну дату $D_1^S D_2^S \cdot M_1^S M_2^S \cdot G_1^S G_2^S G_3^S G_4^S$ здійснюється за допомогою системи рівнянь та нерівностей (9)-(12), (18)-(19), (28)-(30).

Таким чином, обираючи один із запропонованих алгоритмів хронологічних завдань 1-9, можна без особливих складнощів перераховувати календарні дати пізньої та ранньої подій в часові інтервали між ними і навпаки.

СПИСОК ПОСИЛАНЬ

1. Бугров Я. С., Никольский С. М. Высшая математика в 3 т. М. : Дрофа, 2004. Т. 1. 288 с., Т. 2. 512 с., Т. 3. 512 с.
2. Демидович Б. П., Марон И. А. Основы вычислительной математики. Изд. 6-е, стер. М. : Лань, 2007. 664 с.

3. Дубовик В. П., Юрик І. І. Вища математика. 4-те вид. Київ: Ігнатекс-Україна, 2013. 648 с.
4. Ильин В. А., Садовничий В. А., Сендов Б. Х. Мат. анализ в 2 ч.; под ред. А.Н. Тихонова. МГУ им. М. В. Ломоносова. 3-е изд., перераб. и доп. М. : Проспект: Велби, 2006. Ч. 1. 660 с., Ч. 2. 353 с.
5. Климишин И. А. Календарь и хронология. 2-е изд., перераб. и доп. М. : Наука : Гл. ред. физ.-мат. лит., 1985. 320 с.
6. Кудрявцев Е. М. Mathcard 11: полное руководство по русской версии. М. : ДМК Пресс, 2005. 592 с.
7. Марчук Г. И. Методы вычислительной математики. М. : Наука : Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989. 608 с.
8. Селешников С. И. История календаря и хронология; под ред. П. Г. Куликовского. М. : Наука : Гл. ред. физ.-мат. лит., 1970. 225 с.
9. Хренов Л. С., Голуб И. Я. Время и календарь. М. : Наука, 1989. 128 с.
10. Шкіль М. І. Математичний аналіз у 2 ч. 3-те вид., перероб. і доп. Київ : Вища Школа, 2005. Ч. 1. 447 с., Ч. 2. 510 с.

REFERENCES

1. Bugrov, Ya. S. and Nikolskiy, S. M. "Vysshaya matematika v 3 t." [Higher Mathematics in 3 vol.], Drofa, M., 2004. Vol. 1. 288 p., Vol. 2. 512 p., Vol. 3. 512 p.
2. Demidovich, B. P. and Maron, I. A. "Osnovy vychislitel'noy matematiki" [Basics of computational mathematics], 6th ed., Lan, M., 2007. 664 p.
3. Dubovyk, V. P. and Yuryk, I. I. "Vyshcha matematyka" [Higher Mathematics], 4th ed., Ignatex-Ukraine, K., 2013. 648 p.
4. Ilyin, V. A., Sadovnichy, V. A. and Sendov, B. Kh. "Matematicheskii analiz v 2 ch." [Mathematical analysis in 2 pt.], by ed. A.N. Tikhonov; Moscow State Univ. n. a. M. V. Lomonosov, 3rd ed., reclaiming and add. Prospect: Welby, M., 2006. Pt. 1. 660 p., Pt. 2. 353 p.
5. Klimishin, I. A. "Kalendar' i khronologiya" [Calendar and chronology], 2nd ed., reclaiming and add. Science:

- Main ed. of the physical and mathematical literature, M., 1985. 320 p.
6. Kudryavtsev, E. M. "Mathcard 11: polnoye rukovodstvo po russkoy versii" [Mathcard 11: the complete guide to the Russian version], DMK Press, M., 2005. 592 p.
 7. Marchuk, G. I. "Metody vychislitel'noy matematiki" [Methods of computational mathematics], Nauka : Main ed. of the physical and mathematical literature, M., 1989. 608 p.
 8. Seleshnikov, S. I. "Istoriya kalendarya i khronologiya" [Calendar history and chronology], Science: Main ed. of the physical and mathematical literature, M., 1970. 225 p.
 9. Khrenov, L. S. and Golub, I. Ya. "Vremya i kalendar'" [Time and calendar], Science, M., 1989. 128 p.
 10. Shkil, M. I. Matematychnyy analiz u 2 ch. [Mathematical analysis in 2 pt.], 3rd ed., reclaiming and add., Higher School, K., 2005. Pt. 1. 447 p., Pt. 2. 510 p.

Відомості про авторів:**Сіренко Володимир Євгенійович**

кандидат економічних наук
провідний науковий співробітник науково-дослідного відділу проблем розвитку оборонних технологій науково-дослідного управління воєнно-технічної політики Центрального науково-дослідного інституту озброєння та військової техніки Збройних Сил України, м. Київ, Україна
<https://orcid.org/0000-0002-0857-993X>
e-mail: vysirenko@ukr.net

Демченко Євген Якович

начальник науково-дослідного відділу науково-методичного забезпечення розроблення і реалізації програм розвитку озброєння та військової техніки та державного оборонного замовлення науково-дослідного управління воєнно-технічної політики Центрального науково-дослідного інституту озброєння та військової техніки Збройних Сил України, м. Київ, Україна
<https://orcid.org/0000-0002-8743-993X>
e-mail: 19ydemchenko@gmail.com

Information about the authors:**Volodymyr Sirenko**

PhD in Economic
leading Researcher of the Research Department for Development Issues of Defense Technologies for Scientific and Research Management of Military-Technical Policy Central Scientific Research Institute of Armaments and Military Equipment of the Armed Forces of Ukraine, Kyiv
<https://orcid.org/0000-0002-0857-993X>
e-mail: vysirenko@ukr.net

Yevgen Demchenko

head of the research department of the scientific and methodological support for the development and implementation of programs for the development of weapons and military equipment and the state defense order of the research management of military-technical policy Central Scientific Research Institute of Armaments and Military Equipment of the Armed Forces of Ukraine, Kyiv
<https://orcid.org/0000-0002-8743-923X>
e-mail: 19ydemchenko@gmail.com

Стаття надійшла до редколегії 16.07.2019 р.

Рецензент М. І. Луханін, доктор технічних наук, професор, Заслужений діяч науки і техніки України, лауреат Державної премії України у галузі науки і техніки (Центральний науково-дослідний інститут озброєння та військової техніки Збройних Сил України, м. Київ.)
<https://orcid.org/0000-0002-1919-8526>

Рецензент В. В. Зубарєв, доктор технічних наук, професор, Заслужений працівник промисловості України, лауреат Державної премії України у галузі науки і техніки (Центральний науково-дослідний інститут озброєння та військової техніки Збройних Сил України, м. Київ.)
<https://orcid.org/0000-0002-4998-726X>